認知的ネットワークによるアレの背理におけるリスク態度変化の説明

犬童健良[a]

要約

本研究は，アレの背理を例として，リスク選択問題におけるリスク態度の系統的変化を説明する認知的メカニズムとして交差的注目のネットワークモデルを提案した．交差的注目は仮想的に選択されたくじの一つの可能な結果を条件として，選択されなかったくじの別の結果への注目である．交差的注目の実証データ（ポテンシャル値）はアンケートの質問によってその気になる程度（5段階評価値）の回答値として測定される．交差的注目は，数学的には，２くじの可能的結果の集合間を接続するポテンシャル値付き2部グラフの有向枝として記述される．ポテンシャルの差が同一符号であるような連続する交差的注目のパスに着目してアレの背理を混雑ゲームのネットワーク均衡に翻訳し，ブライスの背理として知られる現象と同型であることが示された．また本研究では，犬童（2013）の実験データを再分析し，上記のモデル分析を実証的に論じた．

JEL 分類番号：D03,D81,C72

キーワード：アレの背理，ポテンシャルゲーム，混雑,ブライスの背理

[a] 関東学園大学経済学部 kindo@kanto-gakuen.ac.jp

1. イントロダクション

1.1 アレの背理

伝統的な経済理論では，リスク下の合理的選択をフォン・ノイマンとモルゲンシュテルンの期待効用理論を基礎として記述し，リスク選択者の態度を，リスク回避，リスク愛好，リスク中立に区別する．くじの確実性等価（CE）と期待金額（EV）の値を比較し，CE＜EV ならリスク回避的，CE＞EV ならリスク愛好的，CE＝EV ならリスク中立的とする．期待効用関数の関数形を特定するモデル分析においては，そのグラフの形状からリスク態度を区別できる．すなわち確実な最小賞金金額の効用を 0，確実な最大賞金金額の効用を 1 として基準化すると, リスク回避は期待効用のグラフが 45℃線より上側に出て湾曲し(賞金額に対して凹関数)，リスク愛好は下に出て湾曲する（賞金額に対して凸関数)．リスク中立なら 45℃線と一致する

期待効用理論は合理的なリスク選択を予測する．しかし現実の人々が行う典型的な選択が，期待効用理論ではうまく予測できない例題が数多く見つかっている．アレの背理として知られる例題は，とりわけ行動経済学ではよく知られている．

Q1　どちらか一つもらえるとしたら，確率 80%で 400 万円当たるくじと，現金 300 万円とではどちらがいいですか.

Q2　確率 10%で 500 万円，89%で 100 万円当たるくじと，確実な 100 万円とではどちらがいいですか.

上述の質問に対しては現金を選ぶ回答が多いと思われる．期待効用関数としてはかなり極端なリスク回避型になるため，アレはこれを確実性効果と呼んだ(Allais, 1953).

またアレは次のような例題も示している.

Q3　どちらか一つもらえるとしたら，確率 20%で 400 万円当たるくじと，確率 25%で 300 万円当たるくじとではどちらがいいですか.

Q4　確率 10%で 500 万円当たるくじと，確率 11%で 100 万円当たるくじとではどちらがいいですか.

Q2 では，Q1 の回答と比べて，最高 400 万円のくじを選ぶ回答の比率が増す．同様に Q4 でも最高 500 万円当たるくじを選ぶという選択の組合せを選ぶ人が少なくない．期待効用理論では確率の下で確実な金額の期待効用の期待値を求めて比較するため，このような選択パタンは矛盾なく予測できない (独立性公理に違反する)．しかし確実性効果を仮定すれば，Q3 や Q 4 ではとうぜんそれが生じないので矛盾なく説明できるわけである．

また，問題文をもらえる金額（利得）でなく支払う金額（損失）に変えたり，当選確率を非常に小さな値に変えたりすることによって，回答の傾向がそれぞれの問題で入れ替わ

る，いわゆる「4 つ折りパタン」(four-fold pattern）が知られる．

1.2 プロスペクト理論は記述理論の王者ではない

プロスペクト理論は確率ウェイト関数（および価値関数）を賞金額の符号に応じて確率（および期待効用関数）に代えることによって，上記の 4 つ折りパタンを記述することができるようになる(Kahneman & Tversky, 1979; Tversky & Kahneman, 1992).

このように，一見すると，プロスペクト理論は期待効用理論の失敗をカバーするリスク下の選択に対する強力な記述理論である．しかしプロスペクト理論を，いわばバレーボールで長身アタッカーをブロックしきれないとき，いつでもボールを拾ってくれる頼れるリベロのような存在と考えるべきではない．それは満たされることのない期待である．

典型的な確率ウェイト関数のグラフ形状は，逆Ｓ字型であり，確率 0 と確率 1 の付近で急峻で，それ以外の区間ではほぼ線形である．文献で用いられた関数型を用いて適合するパラメータを推定すると，Q1 と Q3 に対するときより、Q2 とＱ4 に対するときに，より強く逆 S 字になる．しかし確率ウェイト関数の形状変化は同理論では説明されていない．期待効用理論の下で，問題表現によるフレーミングによってリスク回避度が変わったと考えることも可能であり，期待効用理論との理論上の優劣はつかないように思われる．

より直接的な問題点として，犬童（2013）が行った追試の回答データを再分析すると，96 名の回答中，Ｑ1 とＱ3 の間ではリスク回避が保たれ，かつ Q2 と Q4 の間ではリスク回避からリスク愛好に変わる回答が 8 件あるが，逆にＱ1 とＱ3 の間でリスク回避からリスク愛好に変わり，かつ Q2 と Q4 の間でリスク回避が保たれたのは 0 件であった．この実証データが示す事実は，前述の確率ウェイト関数の性質と矛盾する．なぜならば，Q1 と Q3 間のリスク態度変化は Q2 と Q4 間よりもずっと小さな確率へのバイアスによって引き起こされるはずであるからである．

1.3 確率ウェイトから可能な結果の間の比較へ

確率ウェイト関数は，グラフ形状の変化を系統的に説明できるように理論化すれば，強力な記述モデルを与える．実際，ビルンバウムとチャベツのＴＡＸ（注意転送交換）理論は，確率ウェイト関数をより柔軟に解釈し，これまでに知られていなかった例題を含む多くのクジ選択の背理を説明できる（Birnbaum, 2008）．確率ウェイト関数を柔軟に解釈する別のアプローチとして竹村らの状況依存焦点モデルがある(竹村, 1998)．ＴＡＸ理論や状況依存焦点モデルでは，結果の比較が同一クジ内にとどまる．これに対して，非補償型意思決定ルールを用いる Brandstätter et al. (2006)のプライオリティヒューリスティックス（PH）やアレの背理を説明するための先駆的修正理論である後悔理論では可能な結果の 2 クジ間比較を決定の基礎とする．

PH は Kahneman & Tversky の例題に対する典型的回答をほぼ完全に記述できるが，も

ちろん典型的でない回答パタンを選ぶ人々もいるため，つねに予測あたるわけではない．またこれまであげたいずれの理論でも予測できない例題を挙げた研究も知られる(Birnbaum, 2008)．プロスペクト理論の仮定する意思決定プロセスは，編集局面と評価局面に 2 分される．編集局面では，2 くじ間の比較が行われ，参照点の移動や損失回避との組み合わせで記述力が増す．しかしプロスペクト理論の編集局面は理論的な整合性に欠けるとする指摘もある(Birnbaum, 2008)．実際，Q2 と Q4 における共通結果が消去されない理由を矛盾なく説明できないように思われる．

1.4 本論文の目的・手法・結果

本研究は，アレの背理を例として，リスク選択問題におけるリスク態度の系統的変化を説明する認知的メカニズムとして交差的注目のネットワークモデルを提案する．交差的注目は仮想的に選択されたくじの一つの可能な結果を条件として，選択されなかったくじの別の結果への注目であり，交差的注目のデータ（ポテンシャル値）はアンケートの質問によってその気になる程度（5 段階評価値）の回答値として測定される．交差的注目は，数学的には，２くじの可能的結果の集合間を接続するポテンシャル値付き 2 部グラフの有向枝として記述される．ポテンシャルの差が同一符号であるような連続する交差的注目のパスに着目すると，アレの背理が交通工学でブライスの背理として知られるネットワーク均衡(Garcia & Zangwill, 1981)の現象，あるいはポテンシャルゲーム(Monderer & Shapley, 1996)における混雑ゲームと同型である．ブライスの背理(Braess paradox)は，ネットワーク均衡モデルを用いて，道の追加によって却って混雑が増す現象を予測するものである．この推測は犬童（2013）の実験データの再分析から，リスク選好の変化の認知的要因として，実証的に妥当である可能性がある．

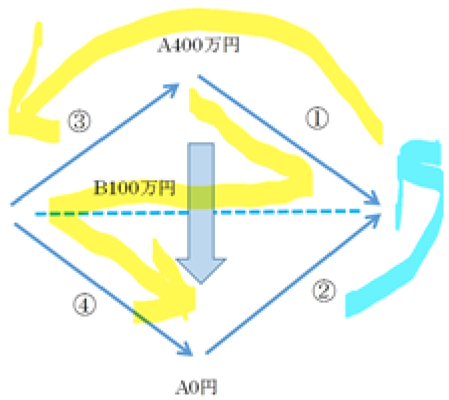

図１　アレの背理の例題 Q1 に対応する交差的注目のネットワーク．

2. 分析と結果

図 1 にアレの背理の例題 Q1 に対応する交差的注目のネットワークを示す．問題 Q1 においてくじを選ぶことをオプション A とし，現金 300 万円を選ぶことをオプション B とする．A 選択には可能な結果が 2 個あり，B 選択には可能な結果が 1 個ある．図 1 は A と B の可能な結果の集合の間のパスを表している．矢線で示される 4 本の有向枝はそれぞれ，①くじを選択して 400 万円当たったと仮定して，選ばなかった現金 300 万円，②くじを選択して 0 円だったと仮定して，選ばなかった現金 300 万円，③現金 300 万円を選択したと仮定して，くじの結果が 400 万円であること，④現金 300 万円を選択したと仮定して，くじの結果が 0 円であることについて，意思決定者が気にすることに対応する．犬童(2013)の実験では，それぞれどの程度気になるかを 5 段階で評価してもらった（気になる度合い ρ 値は 1 から 5 までの整数値で，小さい値ほどより気になることを表す）．

③と②の矢線を逆向きに読むと，図 1 のネットワークは，上方向からの下方向へ，つまり，くじの最大金額 400 万円から最小金額 0 円へと流れる 2 端子フローとみなせる．これはネットワーク均衡モデル(Garcia & Zangwill, 1981)とみなしうる．また B の 100 万円は左右同一の結果であるから，図の下半分の②と④を反転できる．このことに注意すると，B を軸として図 1 の下半分を左右反転すると，Rosentahl の混雑ゲーム（Monderer & Shapley のポテンシャルゲーム）で混雑の生じる枝以外の費用を無視した場合に一致する．

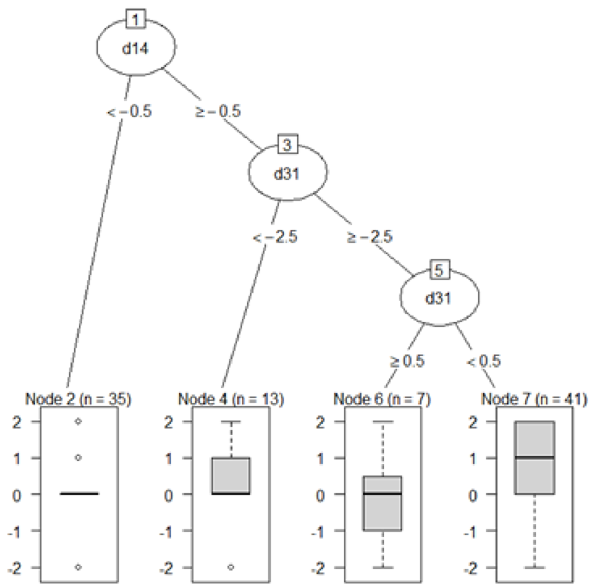

図 2　リスク回避からリスク愛好への変化をポテンシャル値の差分で回帰した決定木

図１の有向枝の隣接ペア間における ρ 値の差が正のとき，その方向への流れ（フロー）とみなす．分析結果とその解釈は以下のようである．図２の決定木は，１４の流れをブロックする（つまり ρ 値が等しい）場合に，リスク愛好側への変化がとくに起こりやすいことを示している．また１４，１３が順方向に流れる，つまり ρ 値の差が非負の，流量制限付きの領域（図１黄色のマーカーで示す）に，多くのリスク愛好シフトが多く現れる．Q1 で B，つまり確実な金額を選ぶ回答では，１３が順方向に流れるとき，１４はけして逆流しない（実行可能フロー）．また Q1 で確実な金額，Q2 でリスクの大きい方のくじを選ぶ，つまりリスク態度が正方向にシフトする回答パタンでは，１４，２１のフローが同時に起こることが比較的多い（図１水色のマーカー）．これはブライスの背理に対応する．すなわち，１２と３４の経路２択問題に道 B を追加することで，４の混雑が引き起こされる．

ちなみに交差的注目のポテンシャルは，確率の値を明示的に用いないので，決定ウェイトの一種である．本論文の提案したモデルと先行研究との関連付けは未完成であるが，TAX における比較とウェイト移送や PH における探索順序の決定を解釈することができ，なおかつ実証可能な手法として発展させることが可能であることから，リスク下の選択をはじめ，さまざまな意思決定問題への適用が期待される．

引用文献

Allais, M., 1953. Le comportement de l'homme rationnel devant le risque: critique des postulats et axiomes de l'école américaine. Econometrica 21, 503–546.

Birnbaum, M. H., 2008. New paradoxes of risky decision making. Psychological Review 115(2), 463–501.

Brandstätter, E., G. Gigerenzer, and R. Hertwig, 2006. The priority heuristic: making choices without trade-offs. Psychological Review 113 (2), 409–432.

Zangwill, W. I., and C. B. Garcia, 1981. Pathways to Solutions, Fixed Points, and Equilibria. Englewood Cliffs NJ: Prentice Hall.

Kahneman, D. and A. Tversky, 1979. Prospect theory: An analysis of decision under risk. Econometrica 47, 263–291.

Monderer, D., and L. S. Shapley, 1996. Potential games. Games and Economic Behavior, 14(1), 124-143.

Tversky, A. and D. Kahneman, 1992. Advances in prospect theory: Cumulative representation of uncertainty. Journal of Risk and Uncertainty 5 (4), 297–323.

犬童健良, 2013. アレの背理における注目と注目の流れ.行動経済学 6, 70-73.

竹村和久, 1998. 状況依存的意思決定の定性的モデル. 認知科学 5(4), 4_17-4_34.