

行動経済学会 研究報告予稿 最小分散ポートフォリオのリスクとリターン

石部 真人*
三菱 UFJ 信託銀行
角田 康夫**
三菱 UFJ 信託銀行
坂巻 敏史***
三菱 UFJ 信託銀行

要旨

先進国株式市場を対象に最小分散ポートフォリオを構築し、その実現リスクが期待通りに低いこと、および時価加重ポートフォリオとの比較検証を通して、最小分散ポートフォリオが時価加重ポートフォリオよりも優れた効率性を示すことを実証する。さらに日本株のリスク分位ポートフォリオを構築し、リスクとリターンのトレードオフが成立していないことを示す。

1. はじめに

わが国の年金運用では、日本株では東京証券取引所の TOPIX、外国株では MSCI Barra 社の MSCI-KOKUSAI といった時価加重ポートフォリオ（以下、CWP と記す）のパフォーマンスインデックスを、株式運用のベンチマークとして選ぶのが一般的である。

この様なベンチマークを利用する根拠の一つとして、CWP が理論的に CAPM の市場ポートフォリオに相当すると受け止められていることがある。CAPM では、市場ポートフォリオは効率的フロンティア上にあるだけでなく、効率的フロンティアとリスクフリー・レートから引かれた資本市場線の接点上に存在し、シャープレシオが最も高いポートフォリオである。

ところが、近年の研究によると、CWP の効率性は他のポートフォリオと比較して特に優れているわけではないという実証結果が報告されている。特に、Clarke et al.(2006)はリスクのみを最小化して作り出される最小分散ポートフォリオ（以下、MVP と記す）と CWP を米国の株式市場において比較し、効率性において MVP が優位であることを示した。

本研究では Clarke et al.(2006)と同様の手法を用い、日本を含むグローバルの株式市場において MVP と CWP のリスク・リターンの比較検証を行い、その特性を分析すると共に、Blitz and Vliet(2007)に倣い、日本株リスク分位ポートフォリオを構築してリスクとリターンの関係を分析した。

2. 分析方法

ポートフォリオ構築に単純なヒストリカル共分散を用いると、事後的なリスクの推計精度が悪いという技術的な問題が知られている。この問題を緩和する為に、分散共分散行列

* 〒100-8212 東京都千代田区丸の内 1-4-5 e-mail: masato_ishibe@tr.mufg.jp
yasuo_kakuta@tr.mufg.jp *satoshi_sakamaki@tr.mufg.jp

の推計には前掲の Clarke et al.(2006) と同様の Bayesian Shrinkage 法を利用した。Bayesian Shrinkage 法では、データより計算された分散共分散行列を Sample とし、2つのパラメーターから構成される共分散を Prior として、この二つの行列を合成して分散共分散を推定する。Prior の2つのパラメーターとは行列の分散部分と共分散部分の事前推定値であり、Prior の分散部分は Sample の対角行列（分散部分）の平均値、共分散部分は Sample の対角行列以外の部分の平均値を用いる。

MVPはこの分散共分散行列を用いポートフォリオの分散を最小化することで求められる。分散共分散行列は過去36ヵ月のローカル・ベースの月次リターン（したがって、為替の影響を受けていない）から推計した。また、入手可能なデータの都合上、リターンは配当除きリターンを使用した。ただし、国内株式については配当込みリターンの使用が可能のため、これを用いたシミュレーションを別途行った。

MVPは1994年12月～2008年8月の期間で毎月末に構築（およびリバランス）し、1995年1月～2008年9月の期間でリスク・リターンを計測した。したがって、使用したリターン・データは1992年1月～2008年9月の201ヵ月の月次データである。

MVPを構築する際の最適化で付加した制約条件は非負制約と予算制約のみであり、Clarke et al.(2006) で試みられたリスク・エクスポージャー中立化のような制約条件は課さなかった。

3. 日本を含む先進国市場での検証結果

日本を含む先進国株式市場を対象として MVP と CWP を比較検証した。MVP は、東証一部時価総額上位 500 銘柄及び MSCI-KOKUSAI（日本を除く先進国の大中型株）から構成されるユニバース（以下 World ユニバースとする）を元に構築した。これと比較する CWP としては MSCI-World（日本を含む先進国の大中型株指数）を用いた。

図表 1 が 2 つのポートフォリオの検証期間中のリスク・リターンである。リスクのみを最小にして構築された MVP は CWP よりローカル・ベースでも円ベースでもリスクが抑制されている。リスク当りリターンでも、CWP は MVP より効率的でないことがわかる。この結果は CWP が効率的フロンティア上に位置していないことを意味しており、米国市場での Clarke et al.(2006) の結果と整合的である。

図表 1 : World ユニバースのリスク・リターン (単位:%)

	リターン		リスク 標準偏差②	リスク当りリターン ①/②
	幾何平均	算術平均①		
ローカル・ベース				
MVP	4.90	5.19	8.82	0.59
CWP	4.68	5.55	13.79	0.40
円ベース				
MVP	6.11	6.70	12.18	0.55
CWP	5.30	6.57	16.64	0.39

図表 1 の結果が World ユニバース特有なものでないことを実証するために、各国別に MVP を構築し、CWP と比較検証を行った。検証を行う国は日本および MSCI の平均

採用銘柄数が 50 銘柄以上である 6 カ国（アメリカ、イギリス、フランス、ドイツ、カナダ、オーストラリア）の計 7 カ国とした。MVP を構築する際の国ごとのユニバースは、日本株式は東証一部上場上位 500 銘柄を、外国株式については MSCI 採用銘柄を対象とした。比較する CWP は、日本株式は東証一部時価総額上位 500 銘柄を時価総額加重したポートフォリオ、外国株式は MSCI の国別インデックス（MSCI-World のサブインデックス）とした。

図表2：国別ポートフォリオのリスク・リターン（ローカル・ベース）（単位：%）

		リターン		リスク	リスク当りリターン	ユニバース 平均銘柄数
		幾何平均	算術平均①	標準偏差②	①/②	
オーストラリア	MVP	6.00	6.47	11.16	0.58	65
	CWP	6.23	6.83	12.36	0.55	
カナダ	MVP	8.20	8.66	12.14	0.71	86
	CWP	9.27	10.21	16.09	0.63	
フランス	MVP	9.66	10.26	14.12	0.73	62
	CWP	6.30	7.85	18.53	0.42	
ドイツ	MVP	3.65	4.88	15.88	0.31	55
	CWP	5.61	7.95	22.00	0.36	
イギリス	MVP	4.97	5.55	11.71	0.47	136
	CWP	3.25	4.12	13.43	0.31	
アメリカ	MVP	7.44	7.87	11.55	0.68	445
	CWP	7.10	7.95	14.62	0.54	
日本	MVP	0.36	0.92	10.66	0.09	500
	CWP	-1.34	0.13	17.23	0.01	

図表 2 は国別ポートフォリオのリスクとリターンおよび各国のユニバースに含まれる平均銘柄数である。表のリスクに注目すると、MVP のリスクは事後的にも CWP より抑制されていることがわかる。ドイツを除くと、リスク当りリターンは MVP が CWP を上回っており、国ごとにみても CWP の効率性は高いとは言えない。結局、国別の検証でも、CWP は CAPM が示唆するような最も効率的なポートフォリオとは言えないという結果となった。

前述のとおり、今回の検証では各国に属する銘柄数（国ごとのユニバース）が期間を平均して 50 銘柄以上あることを前提に検証対象国を選択している。これは十分な銘柄分散の確保を意図したためだが、World ユニバースを国別にブレイクダウンする過程で、日本やアメリカ、イギリスのように 100 銘柄以上ある国とその他の国との間にユニバース銘柄数の差が生じている。このため日本、アメリカ、イギリス以外の国の CWP では銘柄分散によるリスク低減効果が低下しているのではないかという疑問が生じるが、図表 2 の結果を見る限り銘柄数の少ない国の CWP のリスクが高くなる等の特徴は発見できなかった。

また、国ごとにユニバース銘柄数に差がある状況であっても、事前のリスクを最小にして構築した MVP は事後的にもリスクが抑制されるという効果が全ての国で現れている。そしてその結果、リスク・リターンの関係も良好なものとなっている（フランス、イギリス、日本では算術平均リターンも CWP を上回っている）。したがって、ユニバース銘柄数の差が検証結果に影響を与えているとは考えられない。

なお、国別に行った検証のなかで、日本株式については大型株ユニバースだけでなく TOPIX 採用銘柄をユニバースとした検証も実施したが、より広いユニバースでも同様に MVP は事後的にもリスクが抑制される結果となった。また、リスク当りリターンは TOPIX ユニバースより大型株ユニバースのほうが良好であった。

MVP のポートフォリオの特性を見ると CWP よりもバリュー、小型になり、組み入れられる銘柄は配当の安定したディフェンシブ等の銘柄が多い傾向にある。

そのような特性を踏まえ、サイズ、スタイル、モメンタムのリスク・エクスポージャーを中立化する制約を加えた最適化の検証も、日本株式 (TOPIX ユニバース及び大型株ユニバース) と外国株式 (MSCI-KOKUSAI ユニバース) で行った。結果は外国株式ではエクスポージャーを制約するより制約しないほうが、そして日本株式ではエクスポージャーを制約するほうがリスク当りリターンの効率性は良好であった。

以上の結果を踏まえると、Bayesian Shrinkage 法を利用した共分散構造を用いて分析を行った場合、リスクでは $CWP > MVP$ という CAPM などが想定する関係が維持されるが、リターンでは $CWP > MVP$ という CAPM が想定する関係は必ずしも成立しない。つまり、リスク当りリターンが高い MVP のほうが、市場ポートフォリオの代用としてしばしば用いられる CWP よりも、効率的なポートフォリオと言える。したがって、CWP は、CAPM における市場ポートフォリオとは異なり効率的フロンティア上には位置していないことになる。

4. 日本株リスク分位ポートフォリオによる検証

MVP は効率性だけではなくリターンそのものでも CWP を上回る傾向が見られる。その原因がポートフォリオの構築方法によるのか個別銘柄のリスク水準によるのかを探るために、Blitz and Vliet(2007)に倣い、日本株リスク分位ポートフォリオを構築してリスクとリターンの関係を分析した。分析方法は、TOPIX 採用銘柄を分散、残差リスク、ベータの順位で 10 分位に分け等金額ポートフォリオを構築 (ポート 1 がリスク最小、ポート 10 がリスク最大)、月次でリバランスし、そのパフォーマンスを測定した。

図表3:分散分位ポートフォリオの検証結果(単位:%)

①1985年1月～1994年12月				②1995年1月～2008年9月			
分位	リターン	リスク	β 値	分位	リターン	リスク	β 値
ポート1	17.26	18.98	0.48	ポート1	2.09	10.71	0.38
ポート2	19.64	22.32	0.63	ポート2	2.38	14.48	0.63
ポート3	17.56	22.56	0.70	ポート3	1.93	16.64	0.75
ポート4	16.06	24.03	0.76	ポート4	2.95	18.47	0.86
ポート5	16.44	24.62	0.81	ポート5	3.97	20.87	0.97
ポート6	14.85	25.03	0.85	ポート6	2.74	22.26	1.07
ポート7	13.32	25.28	0.90	ポート7	3.30	24.18	1.17
ポート8	10.63	26.26	0.92	ポート8	2.93	26.82	1.28
ポート9	10.33	26.71	0.99	ポート9	1.15	29.76	1.45
ポート10	5.69	27.79	0.96	ポート10	-4.17	36.12	1.68
MVP	7.42	16.41	0.30	MVP	-0.47	9.79	0.27
CWP	8.48	22.10	1.00	CWP	-0.10	17.21	1.00

図表 3 には分散の分位ポートフォリオによる結果を表示したが、分散に代えて残差リスクとベータを用いても結果は非常に近いものであった。興味深いことに事前の推定リスクは事後の実現リスクとその順位で完全に一致していた。リターンに注目すると、①の期間ではポート 2 を頂点としてリスクが増えるとリターンは急低下した。②の期間では、全体がなだらかな山形を示すことと最もハイリスクであるポート 10 の低リターンが目につく。

これらの結果は、ハイリスク分位に関して、ボラティリティでは Adrian and Rosenberg (2008)、残差リスクでは Ang et al.(2006)、のリスクの価格は負という報告と整合的である。

5. 仮説

図表 1 および図表 2 のシミュレーション結果を見る限り、CWP が最も効率的という理論は支持されない(例外はドイツ)。この点に関して Haugen and Baker(1991)は、空売り規制、リターンに対する課税、人的資本など株式市場インデックスに含まれない代替的投資機会、外国人投資家等が存在する場合、時価総額をウェイトとする株式ポートフォリオは非効率的な投資であることを示した(この説明の注目すべき点は投資家センチメントを仮定しなくても成立する点である)。

また、図表 2 の各国別の検証および図表 3 の日本株リスク分位ポートフォリオによる検証では、リスクとリターンのトレードオフという CAPM に代表されるファイナンス理論の基本原則は成立していない。一方、最小分散を意図したポートフォリオが事後的にも低リスクとなったことから、推定リスクと事後的なリスクに大きな差はないと言える。したがって、事後的なリターンには共分散構造で示されるリスクテイクとヘッジの需要とは異なる要因が影響しており、その影響は時点や地域に関係なく起こっていると考えられる。

Baker and Wulger(2006)は、行動ファイナンス理論を成立させる「2 つの重要な土台」(Shleifer(2000))である「投資家センチメント」と「裁定取引の限界」によって、これらのパズルを解き明かしている。これを簡単に説明すると、若い企業、利益が上がっていない企業、極端なグロース企業は、過去の earnings 履歴が欠如しているとともに限界のない成長機会を持つことが多い。洗練されていない投資家はこれらの企業に対して極めてばらつきの多い評価をする。しかし、このような評価のばらつきのせいで裁定が働かないため、これらの株式は高ボラティリティになるとともにその価格がファンダメンタル価値から乖離しやすい。これに対して、過去の earnings に関する長い履歴と有形の資産を持ち、安定した配当をしている企業の評価は主観性の程度が小さく、投機性向の変動には大きな影響を受けない。したがって、これらの株式は裁定が働くため評価がファンダメンタル価値に近づく傾向があり、結果として低ボラティリティとなる、というものである。

今回の研究では彼らの仮説を直接データに基づいて検証することはできなかったが、MVP には典型的なディフェンシブ銘柄が比較的多く含まれること、投資のユニバースに小型株を含めるよりも大型株に限定したほうが MVP の効率性は向上する傾向が見られたこと、1990 年代末の IT バブル期には CWP が MVP を大幅にアウトパフォーマンスしたこと、ハイリスク分位ポートフォリオに無配株が多く含まれていること等から考えると、Baker and Wulger の仮説はこの MVP に関するパズルを説明できる有力な候補と思われる。

6. 結論

165 ヶ月（13 年と 9 ヶ月。リスク推定期間を含めると 201 ヶ月）という限られた期間の検証であったが、リスクを最小化することを意図して構築された MVP は事後的にも（CWP と比較して）低リターンとなることが確認できた。そして、リターンとリスクの効率性（本稿ではリスク当りリターン）を比較すると、CAPM の市場ポートフォリオの代理として用いられることが多い CWP は効率性で MVP に劣ることがはっきりした。これらの事実は他の論文（Haugen and Baker(1991)、Clarke et al.(2006)）で報告されている結果と整合的である。さらに、日本株リスク分位ポートフォリオの検証からは Blitz and Vliet(2007)と同様の結果が得られた。これらの事実から、市場で観測されるリスクには、リスクプレミアムに対応しないノイズとでもいうべきものが含まれていることが明らかになった。

本稿では、これらの原因について検証することは時間の関係でできなかったが、MVP は主にディフェンシブ銘柄で構成され、その効率性は小型株よりも大型株に限定したほうが向上し、バブル期には CWP が MVP を大幅にアウトパフォームしたことから考えると、Baker and Wurgler(2006, 2007)の「投資家センチメント」と「裁定の限界」という行動ファイナンス理論の重要な 2 つの土台に基づく説明が最も有力と考える。

今後の課題として実務的側面では、MVP を基点としてどのようなリスクをとるべきかが問題となる。これはそのまま CWP をベンチマークとするアクティブ運用の見直しに繋がるだろう。また理論的側面では、Baker and Wurgler の仮説を有力な手懸りとして、MVP パズルを解明することが重要な課題である。

参考文献

- Adrian, T. and Joshua Rosenberg(2008), “Stock Returns and Volatility: Pricing the Short-Run and Long-run Components of Market Risk,” *Federal Reserve Bank of New York Staff Reports*, no.254 July 2006, Revised February 2008.
- Ang, A., R. J. Hodrick, Y. Xing, and X. Zhang(2006), “The Cross-Section of Volatility and Expected Returns,” *Journal of Finance*, 61(1), 259-99.
- Baker, M., and J. Wurgler(2006) “Investor Sentiment and the Cross-Section of Stock Returns.” *Journal of Finance*, 61(4):1645-80.
- Baker, M., and J. Wurgler(2007) “Investor Sentiment in the Stock Market.” *Journal of Economic Perspectives*, Spring, p.129-151.
- Blitz, D. C., and P. van Vliet(2007) “The Volatility Effect.” *Journal of Portfolio Management*, Fall, 102-113.
- Clarke, R., H. de Silva, and S. Thorley(2006) “Minimum-Variance Portfolios in the U.S. Equity Market.” *Journal of Portfolio Management*, Fall, 10-24.
- Haugen, R. A., and N. L. Baker(1991) “The Efficient Market Inefficiency of Capitalization-Weighted Stock Portfolios.” *Journal of Portfolio Management*, Spring, 91, pp.35-40.
- Shleifer, A. (2000) *Inefficient Markets*. Oxford University Press.