

Comparative Risk and Ambiguity Aversion

林 貴志¹ 和田 良子²

要約

ナイト流不確実性下での意思決定において、リスク回避度と不確実性回避度の相関を仮定しているモデルがあるものの、その過程を調べている論文が数えるほどしかない。我々は、リスク回避度と不確実性回避度の相関の程度のみならず、不確実性回避度の程度が実験内での曖昧な情報の与え方によって変化することを発見した。曖昧さ回避度がまた確率可能性集合の幾何学的特性に感応的であるのか、感応的でないのかについても調べ、曖昧さを客観的で透明な方法で与え、実験者による操作可能性についてのまやかさを被験者が感じない場合にはより感応的であることを発見している。

JEL 分類番号： C91, D81

キーワード： 曖昧さ回避, リスク回避, 比較定義, 実験経済学

1. イントロダクション

Ellsberg (1961) 以降、曖昧さ回避・不確実性回避についての理論の発展は著しく、実証および実験による理論の検証やポートフォリオ選択への適用が続いている。(Ahn, et al.(2014), Bossaerts, et al. (2010), Klibanoff, et al. (2005)). Klibanoff, et al. (2005) による smooth ambiguity model は、曖昧な証券の評価を、第一段階での確率分布を仮定した場合のリスクに対する選好と、第二段階でどの確率分布が実現化するかについての不確実性からくる曖昧さへの選好によって記述する。ところがリスク回避と不確実性回避が相関するのか否かを調べている論文は数えるほどしか存在しない。

本研究は、リスク回避度と曖昧さ回避度が独立であるか否かを実験室実験によって調べることに第一の目的を置く。すなわち被験者間の異質性を認めながら、リスク回避と不確実性回避を比較分析する。さらに、曖昧さ回避度が異なる確率可能性集合（真の確率分布はそこに属するがその中のどれがより確からしいのかは一切わからないような集合）においても一定であるか否かを調べる。また、曖昧な情報が生成される方法が、リスク回避と曖昧さ回避の比較的性質にどのように影響するのかを調べる。

¹ 林 貴志 グラスゴー大学 Takashi.Hayashi@glasgow.ac.uk

² 和田 良子 敬愛大学 経済学部 rwada@u-keiai.ac.jp

2. 理論モデル

Smooth ambiguity model では曖昧さの程度の認識と、曖昧さへの選好は分離可能だが、Epstein (2010) が批判するようにそもそも情報の認識と曖昧さ回避度の分離が不可能であるならば、曖昧さへの選好は、maxmin モデルやその拡張である Ghirardato et al. (2004) により説明される。

$$U(P, h) = (1 - \alpha) \min_{p \in P} E_p [u \circ h] + \alpha \max_{p \in P} E_p [u \circ h] \quad \text{for } h \in H, \quad (1)$$

h はアクト（状態集合から帰結への写像）であり、 $P \subset \Delta(\Omega)$ は確率可能性集合である。 E_p は各確率分布 p 下での期待値を、 $u \circ h: \Omega \rightarrow R$ は世界 $\omega \in \Omega$ の各状態から各状態下の期待効用 $u[h(\omega)]$ への合成写像である。 $\alpha = 1$ となる個人は最も楽観的、 $\alpha = 0$ は最も悲観的である。

一方 Gajdos et al. (2008) による ε -contraction 収縮モデルにおいては、意思決定者は与えられた確率可能性集合をその「中心」に向かってある程度縮小することで主観的な信念の集合を形成する。曖昧さへの選好は各確率可能性集合の頂点の重みがその外側の角度に比例する頂点の加重平均 P となるシュタイナー点 $s(P)$ に向かう収縮により表される。

$$\begin{aligned} U(P, h) &= (1 - \varepsilon) E_{s(P)} [u \circ h] + \varepsilon \min_{p \in P} E_p [u \circ h] \\ &= \min_{p \in (1-\varepsilon)\{s(P)\} + \varepsilon P} E_p [u \circ h], \end{aligned} \quad (2)$$

$\varepsilon = 1$ の場合、意思決定者は与えられた確率可能性集合をまったく縮小せず、確率可能性集合全体で最悪のケースを想定する。 $\varepsilon = 0$ では意思決定者は確率可能性集合をシュタイナー点 1 点に絞り込むので、曖昧さ中立となる。 ε が大きいほど曖昧さ回避度が高い。実験結果を評価するうえで両方の理論の適合度を観察する。

3 実験手法

3.1 箱の構成

実験ではリスクへの選好と曖昧さへの選好を、リスク下と異なる確率可能性集合下の箱へのアクトを見ることによって観察する。実験では、どの箱の中にも合計 180 個の小さな玉が入っていることが告げられる。箱 B はその中の玉が赤と青の 2 つの色で構成されるものの、その構成がわからない。箱 C は 2 色の色からなり、赤の数が常に青より小さいか等しいことがわかっている。箱 D は 3 色 (Red, Blue, Yellow) で構成されるがその構成はわからない。 (p_R, p_B) は 2 色の、 (p_R, p_B, p_Y) は 3 色についての一般的な確率分布を表す。箱 B から箱 D の確率可能性集合は次のように与えられる。

$$B = \{(p_R, p_B): p_R, p_B \geq 0, p_R + p_B = 1\}, \quad (3)$$

$$C = \{(p_R, p_B): p_B \geq p_R, p_R, p_B > 0, p_R + p_B = 1\}, \quad (4)$$

$$D = \{(p_R, p_B, p_Y): p_R, p_B, p_Y \geq 0, p_R + p_B + p_Y = 1\}, \quad (5)$$

3.2. 実験者の操作可能性があいまいさ回避に与える影響の検証

エルスバークの箱を実際に作成するにあたり、実験者は最終的に箱に入るボールの色の比率を決定する必要がある。被験者に対して何も告げない場合、実験者が単に恣意的にその数を選ぶこととなるため、被験者は「ボールの数が対称的になるように選ぶだろう」または「賞金がもらえる色のボールの数を最小限に抑えるだろう」などの憶測を各自がすることになる。このとき被験者が「実験者は研究費を節約したいだろうから我々への支払いを最小限にするのではないか」などと考える可能性が指摘されている (Dominiak and Duersch (2015)) 操作可能性が被験者の意思決定に与える影響に留意し、客観的で透明な手順で曖昧な箱を作成する研究も存在する。(Carbone et al. (2017), Oechssler and Roomets (2015))

我々は Hayashi and Wada (2010) に従い、確率可能性集合ごとに複数のサイコロを用い、集合中のある点の実現を決める確率分布の計算が事実上計算不能となるような「Snakes and Ladders」ゲームを行う。これを DICE トリートメントとよぶ。ここでは被験者は、確率可能性の範囲内にある真の確率分布の予測に集中できる。これに対し、色の比率の生成の仕方について何も言わない従来の方法も比較対象のために行い、Telling Nothing (TN) トリートメントと呼ぶ。両方のトリートメントに参加する被験者は存在しない。

曖昧な箱 $X = \{B, C, D\}$ の他に、期待値 1000 円となるリスクの箱 (箱 H) $(p_R, p_Y) = (0.5, 0.5)$ を用意する。被験者はどの箱もそれに賭けて赤が出たときには 2000 円が得られ、赤以外の色が出た場合には何も得られない。箱 H の確実性等価は Multi Pricing List 方式により求める³。曖昧な箱の確実性等価を測定するため、リスクの箱 A05~A55 (添えた数字は赤い玉のパーセンテージ) を用意し、各箱と曖昧な箱のどちらの箱から赤が出る方に賭けるのが望ましいかをたずねる。曖昧な箱から確率の箱に選択が変化する閾値を箱 X の確率等価とする (Probability Equivalent, 以下 $pe(X)$)。各被験者は 77 問より無作為に選ばれた 1 の回答から、各人の選択と賭けの結果の内容に従い 0 円から最大で 2000 円を、サーベイに対する謝礼金からは確実な 500 円を得る⁴。全意思決定およびサーベイ後に報酬の対象となる問題が決定し、DICE トリートメントにおいて被験者が曖昧な箱を選んでいった場合は説明した手順に従い決定した箱の内訳をその場で確定し、その内訳通りに被験者の目の前で箱を作成する。確率の箱を選んでいった場合は、その確率の箱を目前で作成する。

³ 確実に 100 円を得るくじと、期待値が 2000 円となるくじの比較から始まり、100 円刻みで確実に得られる金額が増えていき、1100 円と比較するまで 100 円刻みで質問する。(質問は 11 個となる) 確実な金額が 1000 円以上のとき箱 H を選ぶ人はリスク回避的ではない。

⁴ 2023 年に行った株式会社 スペースにおける実験後のサーベイにおいてのみ、公益社団法人ゆうちょ財団の研究を遂行するため資産選択のサーベイが含まれており、所要時間は、実際に資産運用をする立場にいる被験者では最大で 30 分程度を要するものとなっているため、サーベイに対して 1000 円を支払っている。

4. 結果

4.1 リスク回避度と曖昧さ回避度

2018年～2023年に実験を行い⁵、非合理的な回答を取り除き、さらにリスク愛好者（16人）のデータを除外した242人の分析結果を以下に示す⁶。リスク回避と曖昧さ回避の相関は、TNトリートメントの0.279である。これはリスク回避と曖昧さ回避の間に正の相関関係を発見した Bossaerts et al. (2010) および Lauriola and Levin (2011) の結果と一致している。これに対し、DICEトリートメントのリスク回避と曖昧さ回避度の相関は0.098と低く、被験者はリスクの箱とは全く別の箱が利用されることを理解したようである。この結果は相関関係がないことを発見した Cohen, Tallon and Vergnaud (2011) と一致している。

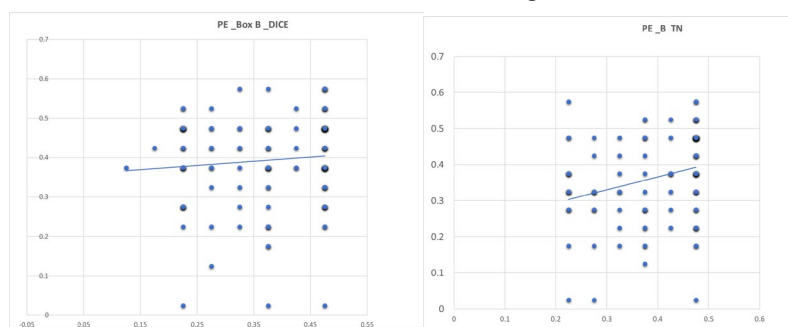


図 1 リスク回避度と曖昧さ回避度（箱 B の確率等価）の散布図（右が TN, 左が DICE）

4.2 曖昧さ回避理論の仮説検定

α -maxmin モデルは $pe(B) = pe(D)$ を予測し、曖昧さへの選好が与えられる確率可能性集合の幾何学的特性によらず一定であることを意味する。 α -maxmin モデルの下では $pe(D) = pe(B)$ を帰無仮説とする。これに対して曖昧さ回避度が確率可能性集合の幾何学的特性に敏感であることを意味する ε -contraction モデルは $pe(D) = \frac{2}{3} pe(B)$ を予測するので、これを帰無仮説に設定する。箱 B と C の関係については、いずれのモデル下でも帰無仮説は $pe(C) = \frac{1}{2} pe(B)$ となる。以上の帰無仮説が棄却されないことが、個人が情報の幾何学的な性質に感応していることを示す。（表 1）

観察 1 : ε -contraction の帰無仮説、 $pe(D) = 2/3 pe(B)$ は DICE トリートメントでは棄却されないが、TN トリートメントで棄却される。客観的な手法により曖昧さを与える DICE トリートメントにおいてのみ、被験者は情報の幾何学的な性質に感応する。

⁵ 2018年5月28日22人（慶応義塾大学, DICE）、2017年10月2日46人（慶応義塾大学, TN）2018年7月18日26人（敬愛大学, TN）、2019年7月23日・25日23人（敬愛大学, DICE）、2020年1月6日44人（東北学院大学, TN）2022年1月23日34人（敬愛大学, DICE）、2023年1月19日21人（敬愛大学, DICE）2023年4月3人（立正大学）（DICE）、2023年5月18日・31日84人（株式会社スペース, DICE）数字は参加者ではなく有効サンプル数

⁶ 2018年5月28日のDICEトリートメント実験ではPCでのサイコロ生成ができなかったため、一人ひとりの箱を実験者の目の前で助手が現実のサイコロを振り、箱を生成している。

観察2 : $pe(B) = pe(D)$ は TN, DICE のいずれのトリートメントでも棄却される。散布図の切片を 0 と仮定した場合の近似曲線の傾きは DICE において 0.645, TN において, 0.692 であり検定結果と整合的である (図 1 上部)。

観察3 : $pe(C) = \frac{1}{2} pe(B)$ は, TN, DICE のいずれのトリートメントでも $p=0.000$ で棄却され, 曖昧な箱を生成する確率分布として一様分布が「もっともらしい事前確率」の役割を果たしている可能性を排除できない。(図 2 下部)。

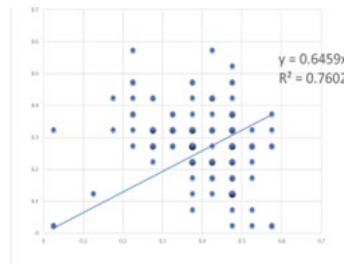
表 1 帰無仮説検定の結果

H_0 α -maxmin		ALL	TN	DICE
		257	118	139
$pe(B) = pe(D)$	t-value	10.268	5.8645	8.6806
	p-value	(0.0000)****	(0.0000)****	(0.0000)****
$pe(C) = 1/2 pe(B)$	t-value	18.917	12.447	17.122
	p-value	(0.0000)****	(0.0000)****	(0.0000)****
$H_0: \varepsilon$ -contraction		ALL	TN	DICE
$pe(D) = 2/3 pe(B)$	t-value	2.1910	2.4388	1.2679
	p-value	(0.01512)**	(0.02954)**	(0.2061)
$pe(C) = 1/2 pe(B)$	t-value	18.917	12.447	17.122
	p-value	(0.0000)****	(0.0000)****	(0.0000)****

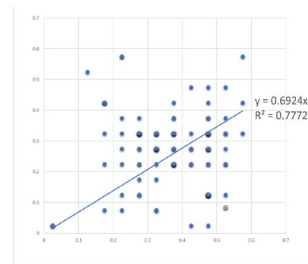
(注 1) **5%水準, **** 0.1%水準で有意であることを示す。

【箱 B (横) と箱 D (縦) の確率等価の散布図】

DICE トリートメントの結果

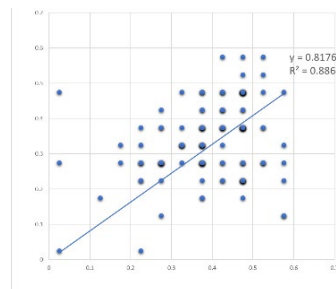


TN トリートメントの結果



【箱 B (横) と箱 C (縦) の確率等価の散布図】

DICE トリートメントの結果



TN トリートメントの結果

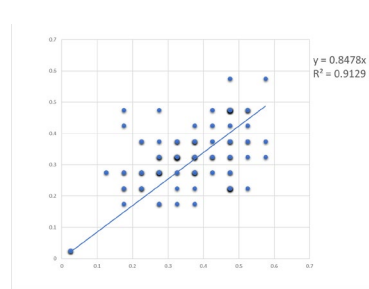


図 2 異なる確率可能性集合間における確率等価の比較

4.3 曖昧さ回避度に実験者の操作可能性が与える影響の検証

トリートメント毎の曖昧さ回避度の分布を比較すると 確率等価の平均値は、箱Bにおいては5%有意水準でDICE トリートメントのほうがTNトリートメントよりも有意に低く、(表2) 伝統的な曖昧さ回避測定的手法では実験者を信頼しないことからくるバイアスによるものと考えられる。ただし箱Cおよび箱Dにおいてはその差は有意ではない。

表2：ウィルコクソン・ランクサム・テストの結果

Wilcoxon Rank	Sum Test	Box H (R=B)	Box B(R,B)	Box C(R<=B)	Box D(R,B,Y)
DICE	mean	0.374	0.3931	0.3385	0.2800
TN	mean	0.389	0.3619	0.3314	0.2779
W		6643	8313	7815	7380.5
p-value		0.2657	0.03905 **	0.2598	0.7565

(注) **は5%水準で有意であることを示す

5. 結論

我々は、被験者に3種類の曖昧な確率可能性集合を与え、伝統的な曖昧さの生成手法と、明示的で透明な方法の二つを行い、以下の結論を得た。

第1に、リスク回避と曖昧さ回避度の相関は小さく、特に客観的で透明な手法を用いて、操作可能性を排除した場合には、リスク回避の程度では曖昧さ回避がほとんど説明されない。これは Klibanoff et al. による理論の基盤を支持する。

第2に、 ε -contraction model は α -maxmin model よりも予測力が高く、曖昧さ回避の程度は、確率可能性集合の幾何学的特性に対して感応的である。さらに客観的に曖昧さ回避を生成するときより感応的である。ただし確率可能性集合間での曖昧さの回避の程度の間関については、理論モデルの予測よりも複雑という限定的な結果を得ている。

第3に、曖昧な箱が操作不可能な方法で作成されるときには、伝統的な手法よりも曖昧さ回避の程度が小さくなり、曖昧な箱の作り方について全く言及しない実験結果には実験者不信のバイアスが入っていることを示唆する。

引用文献 (主要なもの)

Dominiak, A., and P. Duersch, 2015. Benevolent and malevolent ellisberg games (No. 592). Discussion Paper Series.

Ghirardato, P, F.Maccheroni, and M.Marinacci 2004, Differentiating ambiguity and ambiguity attitude." Journal of Economic Theory 118.2 133-173.

Hayashi, T., and R.Wada, R,2010. Choice with imprecise information: an experimental approach. Theory and Decision, 69(3), 355-373.

Klibanoff, P., M. Marinacci and S.Mukerji, S. 2005. A Smooth Model of Decision Making under Ambiguity. Econometrica, 73(6), 1849-1892.