

決定木と多重自己の意思決定者モデル：反復消去アルゴリズムの基礎

犬童健良^a

要約

属性マッピングされた選択対象のある属性に注目して候補集合を縮小する反復的手続きによって、複数ドメインの意思決定アノマリーが同時に再現できることがコンピュータプログラム実験を用いて示された。本論文は犬童（2022）によって提案された反復消去アルゴリズムの基礎を、属性による消去の各種ヒューリスティック、決定木帰納、限定された合理性、および多重自己のゲーム理論的モデルと関連付けて考察した。

JEL 分類番号：C63,D81,D91

キーワード：アノマリー, 消去推論, ヒューリスティック, 決定木, 満足化, 多重自己, ゲーム理論, ブロッキング

^a 関東学園大学経済学部 kindo@kanto-gakuen.ac.jp

1. イントロダクション

シャーロック・ホームズは飼い犬が吠えなかった事実から犯人を推理した。もしよそ者が侵入したなら吠えたはずである。消去推論は、現実の例としては日常的に行われるものだけでなく職業的に行われるものもある。医療分野における除外診断はその一例である。消去推論を反復して用いるヒューリスティックとしては、Tversky(1972)の EBA (elimination by aspects), Baucells, Carrasco and Hogarth(2008)の DEBA, Martignon, Katsikopoulos, and Woike(2008)の FFT (fast and frugal tree), 優先ヒューリスティック (Brandstätter, Gigerenzer and Hertwig, 2006) などの非補償型ルールが知られる。なお確率的に属性注目する EBA 以外は確定的である。

属性に注目して劣った代替案を反復的に消去する手続きを適用すると、異なる領域のアノマリーに対してその実証的な選択比率を再現することができる。犬童 (2022) は反復消去推論を行う Prolog プログラムを用いて、表 1 に示したよく知られたアノマリー例題の多くを実験的に再現した (*印を除く)。

表 1. 犬童(2022)の実験で用いられた例題

| 問題タイプ | アノマリーの名称 | 違反する規範理論 |
|--------|---|------------------|
| リスク選択 | アレの背理, エルズバーグの背理*, 可能性効果、鏡映効果, 孤立効果, 事象分岐効果, 選好逆転現象, フレーミング | 期待効用理論・主観的期待効用理論 |
| ブランド選択 | ビッグスリー (魅力効果, 妥協効果, 類似効果) | ランダム効用理論 |
| 時間選択 | 現在バイアス* | 指数型割引 |
| 条件文推論 | ウェイソンのカード選択課題 | 論理的含意 |

EBA はビッグスリーのうち類似効果以外を予測できない(表 1 のブランド選択を参照)。DEBA は基本的に EBA の動作を継承する。また FFT は時間圧と正確性の要求に晒される職業人にとって心理的抵抗の少ない合理性の増強(boosting)を目的として開発されており、アノマリーの再現はその主目的ではない。犬童の反復消去アルゴリズムはバックトラックを用いて選択比率を近似する。これはアノマリーとして観察された代表的な例題の一部が、心理学的バイアスと言うより、むしろ人々の知能が系統的に決定木上のパスを生成することによって現れることを示唆する。また実際には先頭の 2 属性だけが候補集合の分割に用いられおり、優先ヒューリスティックよりもさらに儉約的である。ただし前段階の属性マッピングの恣意性や再現不十分な例題 (表 1 参照), 他の例題や変種の問題が実験されていないといった問題点が残る。しかしなぜ反復消去アルゴリズムが広範囲のアノマリーを事実上一つの

モデルで再現できるのかを理解することには一定の意義があると思われる。本論文では反復消去アルゴリズムの基礎を、属性による消去のヒューリスティック、決定木帰納、限定された合理性、多重自己モデル、そしてブロッキングと関連付けて考察する。

2. 分類問題における反復消去：決定木帰納

反復消去アルゴリズムではまず選択対象（代替案）をいくつかの属性の値の束として表現する。すなわち選択問題を多属性意思決定問題に写像する。この前段階は属性マッピングと呼ばれる。後段階の反復消去では、形式的には決定木帰納と同じく、行を代替案の属性値組とする表形式データのある列に注目してある属性で閾値を選んでデータ集合をフィルターする操作（行方向の分割）を繰り返し、魅力のない代替案を消去していき最後に消去されたものが選択される。最低一つの代替案を消去できることが属性選択基準である。決定木帰納（tree induction）と呼ばれるアルゴリズムは、一般的に外部基準（分類目標となる列）が指定され、教師信号（正例・負例の訓練データ）を与え、データ全体（根ノード）から出発して、情報量など何らかの属性選択基準を用いてノードを分岐し、最終的に分類木や回帰木を出力する。初期の決定木帰納アルゴリズムとして、概念学習に対する CLS (Hunt, Marin and Stone, 1966), CLS の後継である分類問題を解く ID3 (Quinlan, 1983), CART (Breiman, Friedman, Olshen, and Stone, 1984) などがある。なおクラスター分析も木構造を出力するがケース間の類似性のみで類別するものであり、決定木帰納に分類されない。

3. 満足化と決定木

伝統的にゲーム理論や意思決定分析には、決定木(decision tree)という同じ名前で活用されている手法がある。決定木は、各時点において利用できる情報に基づき、意思決定者が経験する「考えながら選ぶ」状況を表現する。またそれを通じて問題自体を理解し、合理的な選択を支援するツールとしても利用されうる。経営行動は「限定された合理性」が論じられたもとの文脈である (Simon, 1997)。H.A. Simon によると、限定された合理性とは経営そのものであり、その対処原理は満足化である。満足化 (satisficing) とは、現実の複雑な問題をそのまま最適化しようとする代わりに、単純化してそれを合理的に解くことである。つまり経営者は(ある成功の指標が)十分良いと思えばそれで満足する (p.119)。木表現 (決定木) は、効用関数による価値評価や確率のベイズ更新を除外して、限定された合理性を表現し、混合戦略や結託形成とも併用しうる記述ツールである (p.121)。経営組織は構成メンバーの多様な影響関係から成り立ち(p.112)、各意思決定は独立に実行されるだけでなくその累積効果、とくに「何をしないことにするか」の決定につながる (p.19)。これは意思決定者を、決定木上に分散したエージェントの集合体としてモデル化する多重

自己アプローチに通じる。また、それは複雑な問題への対処であると同時に、さまざまなアノマリーを発生させる源泉でもあると考えられる。

4. ゲーム理論的な多重自己

反復消去アルゴリズムは、決定木上に分散したエージェントに自律的な選択をさせる分権化の結果、全体として合理的な選択ができなくなる現象を再現していると解釈できよう。意思決定者をその下位単位としてのエージェントの集まりとしてモデル化することは、多重自己 (multiple-self) とも呼ばれる。行動経済学の文脈では、メンタルアカウンティングと自己統制 (Shefrin and Thaler, 2004; Thaler and Shefrin, 1981)、非期待効用最大化とその消費計画問題とその動学不整合 (Strotz, 1955; Soger, 2004)、オークションやサーチにおける行動的整合性 (Karni and Safra, 1989, 1990)、心の中の交渉 (反復囚人ジレンマ) としての中毒モデル (Ainslie, 1992)、一般不可能性定理の比喩 (Steedman and Krause, 1985) などがある。

二重プロセスは直観的な早い思考をするシステム 1 と熟慮的な遅い思考をするシステム 2 が相互作用するよりポピュラーなエージェント分解である。Planner-Doer からなる Thaler and Shefrin の消費者モデルや刹那的自己と長期的自己が葛藤する Ainslie の中毒モデル、また条件文研究における J. St. B. T. Evans の発見的／分析的プロセスなどはその源流である。経営の文脈での多重自己は、より現実的かつ重要な意味を持つ。企業の経営者は多くのケースでは複数の個人からなり、また管理業務の担当者が行う意思決定は一定の範囲で分権化されている。そのため意思決定者をその下位単位の集まりが組織化されたものであるとみなすことは不自然でないばかりか、実践的な応用に不可欠である。

ゲーム理論は多重自己のモデル化手法の一つであると共に、その意思決定論的基礎が間接的に関連する。フォンノイマンは合理的なゲームプレイヤー (以下プレイヤーと書く) の戦略的思考のモデルを標榜してゲーム理論を提唱したが、この分野は長らくプレイヤーの知識や推論を表現するためのツールを欠いていた。Aumann(1976)は確率論モデルによって (共通) 知識を定式化し、合意定理を証明した。投資行動におけるその変種はノートレード定理 (または投機定理) と呼ばれる (Geanakoplos, 1992)。ノートレード定理は共通知識の他、独立性公理、動学不整合、帰結主義といった意思決定論的性質と関係する (Halevy, 2004)。Morris, Rob, and Skiadas(2000)は合理化可能な戦略の下でノートレード定理の条件を明らかにした。他方、弱支配戦略の反復消去は、複数均衡の非決定性解消や逐次投票理論においてアドホックに用いられていたが、その理論上の整合性が疑われた (Abreu and Pearce, 1984)。Ben-Porath(1989)は解概念を合理化可能性に弱めた解決を試みている。

決定木の単純化は満足化の具体例と言えるだろう。Abreu and Pearce(1984)は弱支配戦略消去と部分ゲームの簡約によってゲームの変換操作を定義し、ゲームの解概念が満たすべき公理

のうち、非空性と被支配戦略消去の非両立性、および非空性、同一正規型の下での不変性、および部分ゲーム簡約の下での部分ゲームへの制限の不変性の非両立性を例示した(ゲーム理論家自身の多重自己を示唆している)。この非両立性は反事実的行為の識別不能と手番交換およびラベルの付け替えによって生じる。興味深いことに、決定木の例(Γ_2 と Γ_3)の正規型はプレイヤー1の戦略 α 、プレイヤー2の戦略 β とすると、「 $\alpha = \alpha_1 \vee \beta = \beta_1 \Rightarrow$ パレート優位の結果」かつ「パレート劣位の結果 $\Rightarrow \alpha = \alpha_2 \vee \beta = \beta_2$ 」という論理的含意のペアを表すが、変換によって双条件文解釈「 $\alpha = \alpha_1$ かつ $\beta = \beta_2$ かつパレート優位」に一致する。

最後に、反復消去をエージェント集団に対するメカニズムとして定式化する方法に触れる。ブロッキングとはエージェントが結託してある結果を採択されないようにすることができることを指す。例えば協力ゲームのコアは、各結託の特性関数値未満の配分を順次ブロックした結果と一致する。ちなみに情報回避 (Golman, Hagmann and Loewenstein, 2017) はブロッキング、およびノートレード定理の潜在的な多重自己的な解釈である。

5. 結論

本論では反復消去アルゴリズムの基礎を、属性による消去のヒューリスティック、決定木帰納、限定された合理性、および多重自己のゲーム理論モデルと関連付けて考察した。反復消去に定式化を与える第一歩は、人々が「何を考えようとしなさいか」あるいは「何を決めようとしなさいか」というブロッキング関係に着目することであることが示唆された。

引用文献

- Aumann, R.J. 1976. Agreeing to disagree. *The Annals of Statistics*, 4 (6), 1236–1239.
- Abreu, D., and Pearce, D. G. 1984. On the inconsistency of certain axioms on solution concepts for non-cooperative games. *Journal of Economic Theory*, 34(1), 169-174.
- Baucells, M., Carrasco, J. A., and Hogarth, R. M. 2008. Cumulative dominance and heuristic performance in binary multiattribute choice. *Operations Research*, 56(5), 1289-1304.
- Ben-Porath, E. 1997. Rationality, Nash equilibrium and backwards induction in perfect-information games. *The Review of Economic Studies*, 64(1), 23–46.
- Birnbaum, M. H. (2008). New paradoxes of risky decision making. *Psychological Review*, 115(2), 463–501.
- Brandstätter, E., Gigerenzer, G., and Hertwig, R. 2006. The priority heuristic: making choices without trade-offs. *Psychological Review*, 113 (2), 409--432.
- Breiman, L., Friedman, J., Olshen, R., and Stone, C. 1984. *Classification and Regression Trees*. Chapman & Hall/CRC.

- Danilov, V., and Sotskov, A. 2002. *Social Choice Mechanisms*. Springer.
- Geanakoplos, J. 1992. Common knowledge. *Journal of Economic Perspectives*, 64(4), 53–82.
- Golman, R., Hagmann, D., and Loewenstein, G. 2017. Information avoidance. *Journal of Economic Literature*, 55(1), 96–135.
- Halevy, Y. 2004. The possibility of speculative trade between dynamically consistent agents. *Games and Economic Behavior*, 46(1), 189–98.
- Hunt, E. B., J. Marin, and P. J. Stone 1966. *Experiments in Induction*. Academic Press, New York.
- 犬童健良 2022. 確率的な属性注目と反復消去: 選択課題の汎用認知モデリング. 2022 年度日本認知科学会第 39 回大会, P2-006, 556-564.
- Karni, E., and Safra, Z. 1989. Ascending bid auctions with behaviorally consistent bidders. *Annals of Operations Research*, 19(1), 435-446.
- Karni, E., and Z. Safra 1990. Behaviorally consistent optimal stopping rules. *Journal of Economic Theory*, 51, 391-402.
- Martignon, L., Katsikopoulos, K. V., and Woike, J. K. 2008. Categorization with limited resources: A family of simple heuristics. *Journal of Mathematical Psychology*, 52(6), 352-361.
- Morris, S., and Skiadas, C. 2000. Rationalizable trade, *Games and Economic Behavior*, 31, 311–323.
- Quinlan, J. R. 1983. Learning efficient classification procedures and their application to chess end games. R.S. Michalewski, J.G. Carbonell, and T.M. Mitchell ed., *Machine Learning*. Springer.
- Shefrin, H. M., and Thaler, R. H. 2004. Mental accounting, saving, and self-control. C.L. Camerer, G. Loewenstein, and M. Rabin eds. *Advances in Behavioral Economics*, Princeton University Press, 395-428.
- Simon, H.A. 1997. *Administrative Behavior*, 4th ed. The Free Press, New York.
- Sorger, G. 2004. Consistent planning under quasi-geometric discounting, *Journal of Economic Theory*, 118(1), 118–129.
- Steedman, I., and Krause, U. 1985. Goethe's Faust, Arrow's possibility theorem and individual decision-taker. J. Elster ed., *The Multiple Self*. Cambridge University Press and Norwegian University Press.
- Strotz, R. H. 1955. Myopia and inconsistency in dynamic utility maximization, *The Review of Economic Studies*, 23(3), 165–180.
- Thaler, R. H., and Shefrin, H. M. 1981. An economic theory of self-control. *Journal of Political Economy*, 89(2), 392-406.
- Tversky, A. 1972. Choice by elimination. *Journal of Mathematical psychology*, 9(4), 341-367.