

リスク下の報酬待ち時間と確率加重関数の関係についての考察

金城 卓司¹²

要約

リスク行動と深く関わる確率知覚について、近年の神経経済学の研究によって、確率加重関数と神経基盤との関係が明らかになりつつある。しかし、そこで用いられる確率加重関数は、非線形の歪みが心理的プロセスに必ずしも対応していない。一方、行動主義心理学では、リスク下での選択を、確率を待ち時間に変換することで時間割引の枠組みで捉え、確率の歪みを確率割引という一種の時間割引で表現するが、典型的な割引関数では、確率加重関数の特徴の一つである逆 S 字型の形状を表現できない。本研究では、時間知覚の仕方からこれら割引に迫る時間ベースのアプローチに基づき、確率的な結果を得るための平均待ち時間は対数的に知覚される、確率を主観的な待ち時間に変換するプロセスは 2 つある、という仮定の下、新たな確率加重関数を導出する。そして、この関数が確率割引と時間割引の理論と一致し、逆 S 字型の形状も表現できることを示す。今後の研究では、実際のデータからパラメータを推定し、この関数の妥当性を検討する必要があるだろう。

JEL 分類番号 : D81, D87, D91

キーワード : 確率加重関数, 確率割引, 時間割引, 時間知覚, 神経経済学

¹ 北海道大学大学院文学研究科 E-mail: kinjyo@lynx.let.hokudai.ac.jp

² 玉川大学脳科学研究所

1. 研究の背景

私たちの生活にはリスクがつきものである。もし事象の生じる確率の見積もりを誤ると、自分や社会に大きな損失をもたらす。誰かと一緒に食事をして感染症にかかる確率を過小評価すると、自分が感染して病気を広めてしまうかもしれない。ギャンブルで勝つ確率を過大評価すると、病的なまでに何度もギャンブルを繰り返してしまうかもしれない。したがって、確率の知覚に関わる神経メカニズムや心理的プロセスを調べることは、リスク行動を理解し、また必要に応じて介入するために有用であろう。

確率知覚の歪みの神経基盤を調べた研究では、ポジトロン・エミッション・トモグラフィ（PET）を用いた神経イメージングや精神薬理学的手法により、ドーパミン系が確率の重み付けに関わることが明らかになっている (Takahashi et al., 2010; Ojala et al., 2018)。一方、ドーパミン系は、ギャンブル依存症などの行動依存症にも深く関与しており、病的ギャンブラーは、ギャンブルをしていない対照群に比べて、より低い確率のギャンブルを受け入れる傾向があることがわかっている (Linnet et al., 2012)。

1.1. 確率加重関数と確率割引

これらの研究では、行動経済学におけるプロスペクト理論 (Tversky and Kahneman, 1992) の確率加重関数 ($w(p)$) を用いて確率知覚の歪みを調べている。典型的な確率加重関数には、1) 低い確率を過大評価し、高い確率を過小評価するため、逆 S 字型の曲線になる、2) ある確率-典型的には確率 0.3-0.4 付近-で重み付け確率は客観確率と一致する、などの特徴がある。しかし、ここで用いられている確率加重関数では、どのような心理的プロセスによって非線形の歪みが生じ、パラメータに対応しているのかについては不明である。また、Prelec (1998) において提案された関数では、交点が固定されているため、重み付け確率が客観確率よりも常に低い場合には、この関数を使用することは適切ではないかもしれない (Ojala et al., 2018)。

一方、行動主義心理学では、確率と遅延の可換性を仮定することで、リスク下での選択を時間割引の枠組みで考えることができる。時間割引とは、報酬や損失の主観的な価値が、その発生時期の遅れに伴って割り引かれる現象である。遅延するほど割引率が小さくなる双曲割引は、人間や動物の実際の割引行動をよく表していることが多くの研究で示されている (Green and Myerson, 2004)。繰り返しのあるギャンブルで結果を得るための平均的な待ち時間は、確率 (p) に反比例することから、 $O = 1/p - 1$ で定義され、オッズアゲインストと呼ばれる。つまり、確率と遅延が可換であると仮定して、双曲割引モデルで遅延をオッズアゲインストに置き換えることで、リスク下での選択を、確率の低下に伴って報酬の主観的価値が減衰する確率割引として捉える (Rachlin et al., 1991):

$$V(O(p)) = \frac{A}{1 + hO(p)}. \quad (1)$$

ここで A は報酬の量、 h は割引の程度、 V は待ち時間の後に得られる報酬 A の主観的価値を表す。この理論では、報酬を得るまで我慢できる人は、確率的な報酬の主観的価値を浅く割り引く。実際、確率割引の程度とギャンブル障害の重症度には負の相関があることが知られている (Madden et al., 2009)。

価値関数を線形と仮定すると、双曲確率割引モデル (1) はプロスペクト理論として捉えることができる。すなわち、

$$w(p) = \frac{1}{1 + h\left(\frac{1}{p} - 1\right)}. \quad (2)$$

これは確率加重関数の形状が確率割引の程度によって決まることを意味する。ただし、双曲確率割引関数は、プロスペクト理論の確率加重関数の性質を部分的に満たすものの、逆 S 字型の形状を表現することはできない (Takahashi et al., 2013)。

1.2. 時間ベースのアプローチ

時間ベースのアプローチでは、時間割引の双曲性（時間非整合性）を、人が遅延時間を対数的に知覚することに起因すると考える (Takahashi, 2005)。また、時間知覚の歪みが大きい人ほど、より時間非整合的な割引を示すことが知られている (Takahashi, 2011)。確率割引の理論では、時間非整合性は、確率加重関数の非線形性に対応する。さらに、確率的な結果の主観的な待ち時間もまた対数的に知覚されることが示されている (Takahashi and Han, 2013)。

2. 仮説

ここまで述べてきたことを踏まえると、確率的な結果の待ち時間が対数的に知覚されるということが、確率加重関数を特徴づけると考えられる。本研究では、確率 p で当たる結果の主観的な待ち時間は、次の 2 つの変換過程によって生じ得ると仮定する。一方は、人々は確率 p が与えられたとき、確率と待ち時間の可換性に従って、まず確率は客観的な待ち時間、すなわちオ、ツズアゲインストに変換され、次に主観的な待ち時間、すなわち、主観的オツズアゲインスト $\tau(O)$ に変換される過程である：

$$p \xrightarrow{O} O(p) \xrightarrow{\tau} \tau(O). \quad (A)$$

他方，確率 p が与えられたとき，直ちに待ち時間に変換されるのではなく，まず確率に重み付けし，その後，重み付けされた確率 $w(p)$ が時間に変換される過程も考えられる：

$$p \xrightarrow{w} w(p) \xrightarrow{O_w} O_w(w). \quad (B)$$

ここで， O_w は重み付き確率のオッズアゲインストである．このように，客観確率が主観的オッズアゲインストに変換される過程には 2 種類あり，いずれにおいてもオッズアゲインストは対数的に知覚されると仮定すると，主観的オッズアゲインストとオッズアゲインストの関係として次の 2 式が成り立つ．

$$\tau(O) = a \ln(1 + bO), \quad (3)$$

$$O_w(w) = a' \ln(1 + b'O). \quad (4)$$

ここで， $\tau(O)$ と $O_w(w)$ は主観的オッズアゲインストであり， a, b, a', b' は知覚の歪みを表すパラメータである．

3. 結果

上記 2 つの変換過程を仮定して，典型的な逆 S 字型の確率加重関数を数学的に導出する．(4) を満たす確率加重関数 $w(p)$ は次のようになる：

$$w(p) \simeq \frac{1}{1 + \frac{a'}{a} \tau(O)} = \frac{1}{1 + h\tau(O)}. \quad (5)$$

ただし， $h \equiv a'/a$ で， $b \sim b'$ を仮定した．確率加重関数(5)は，(2)と異なりオッズアゲインストではなく，主観的オッズアゲインストでの双曲確率割引関数となっている(図 1)．

(5)から，主観的オッズアゲインストの増分がオッズアゲインストの増分に比べて長くなるほど (a' が大きくなるほど)，すなわち，過程(B)で同じ待ち時間を長く感じるほど，確率的な結果をより急峻に割り引く (h が大きくなる) ことがわかる．この結果は，確率割引理論の予測と一致する．つまり，結果が出るまで待てる忍耐強い人ほど，確率割引が小さくなる．また図 1(a)が示すように， a' が小さいほど，すなわち，同じ待ち時間でも短いと感じる我慢強い人ほど，低い確率を過大評価する傾

向があることから、この対応関係を確認することができる。さらに、図 1(b)からは、 b が大きいほど非線形性が大きくなる、すなわち、確率割引の非整合性が大きくなることがわかる。この結果は、時間ベースのアプローチによる知見に整合する。

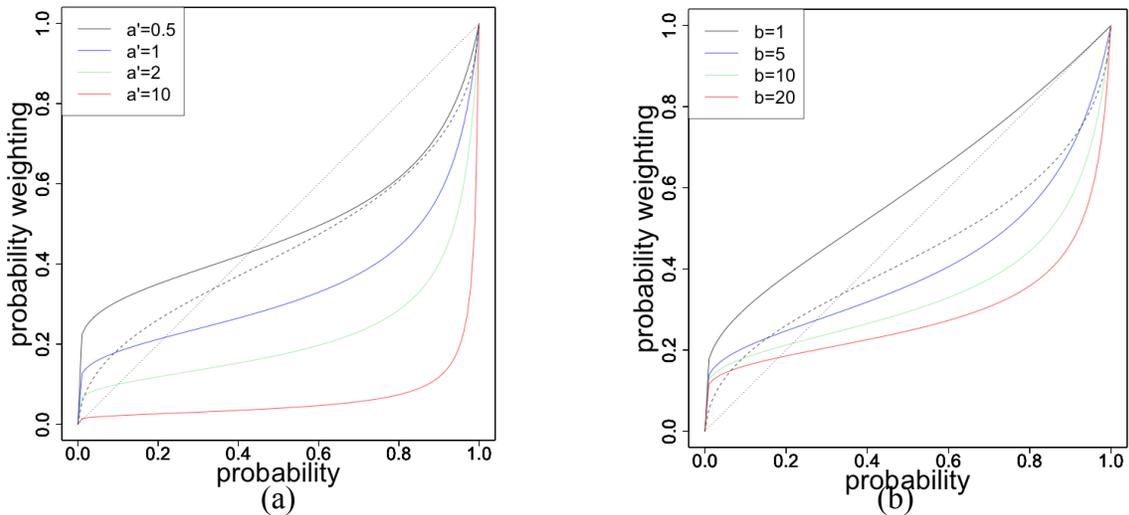


図 1. 各パラメータでの確率加重関数
 (a) $b = 10$ に固定したときの各 $a' = 0.5, 1, 2, 10$ での関数。黒破線は Tversky and Kahneman (1992) の確率加重関数 ($\gamma = 0.61$)。 (b) $a' = 1$ に固定したときの各 $b = 1, 2, 5, 10$ での関数。

4. 結論と今後の展望

本研究では時間ベースのアプローチに基づき、リスク下の選択において確率的な結果を得るための平均的な待ち時間は対数変換によって知覚されると仮定し、確率から主観的待ち時間への変換過程は 2 通りあると考え、時間知覚の歪みから確率加重関数を導出した。この確率加重関数は、確率割引理論と時間ベースのアプローチの両方に整合し、さらに、典型的な確率加重関数の特徴の一つである逆 S 字型の形状を表現できる。この確率加重関数は、時間割引関数の遅延を確率に置き換えた確率割引関数ではなく、確率的な結果を得るための待ち時間の性質から導き出された新たな関数である。

本研究の枠組みを利用して、時間知覚や確率知覚と、ギャンブル依存症などの精神疾患の重症度との直接的な関係を検討できる可能性がある。ただし、本研究だけでは、実際に推定されるパラメータが逆 S 字型を満たすかどうかは不明である。また、2 つの変換過程における非線形歪曲パラメータの大きさが近い値である ($b \sim b'$)

と仮定したが、これも実際にパラメータを推定して確認する必要があるだろう。今後の研究では、2つの変換過程のパラメータをそれぞれ推定することで、これらの課題について検討することが求められる。

引用文献

- Green, L., & Myerson, J. (2004). A Discounting Framework for Choice With Delayed and Probabilistic Rewards. *Psychological Bulletin*, 130(5), 769–792.
- Linnet, J., Frøslev, M., Ramsgaard, S., Gebauer, L., Mouridsen, K., & Wohlert, V. (2012). Impaired Probability Estimation and Decision-Making in Pathological Gambling Poker Players. *Journal of Gambling Studies*, 28(1), 113–122.
- Madden, G. J., Petry, N. M., & Johnson, P. S. (2009). Pathological gamblers discount probabilistic rewards less steeply than matched controls. *Experimental and Clinical Psychopharmacology*, 17(5), 283–290.
- Ojala, K. E., Janssen, L. K., Hashemi, M. M., Timmer, M. H. M., Geurts, D. E. M., ter Huurne, N. P., Cools, R., & Sescousse, G. (2018). Dopaminergic Drug Effects on Probability Weighting during Risky Decision Making. *Eneuro*, 5(2), ENEURO.0330-18.2018.
- Prelec, D. (1998). The Probability Weighting Function. *Econometrica*, 66(3), 497.
- Rachlin, H., Raineri, A., & Cross, D. (1991). SUBJECTIVE PROBABILITY AND DELAY. *Journal of the Experimental Analysis of Behavior*, 55(2), 233–244.
- Takahashi, H., Matsui, H., Camerer, C., Takano, H., Kodaka, F., Ideno, T., Okubo, S., Takemura, K., Arakawa, R., Eguchi, Y., Murai, T., Okubo, Y., Kato, M., Ito, H., & Sahara, T. (2010). Dopamine D1 Receptors and Nonlinear Probability Weighting in Risky Choice. *Journal of Neuroscience*, 30(49), 16567–16572.
- Takahashi, T. (2005). Loss of self-control in intertemporal choice may be attributable to logarithmic time-perception. *Medical Hypotheses*, 65(4), 691–693.
- Takahashi, T., & Han, R. (2013). Psychophysical Neuroeconomics of Decision Making: Nonlinear Time Perception Commonly Explains Anomalies in Temporal and Probability Discounting. *Applied Mathematics*, 04(11), 1520–1525.
- Takahashi, T., Han, R., Nishinaka, H., Makino, T., & Fukui, H. (2013). The q-Exponential Probability Discounting of Gain and Loss. *Applied Mathematics*, 04(06), 876–881.
- Takahashi, T. (2011). A neuroeconomic theory of rational addiction and nonlinear time-perception. *NeuroEndocrinology Letters* 2011;32:400-404.
- Tversky, A., & Kahneman, D. (1992). Advances in prospect theory: Cumulative representation of uncertainty. *Journal of Risk and uncertainty*, 5(4), 297-323.