

# 量的緩和と物価予想：劣マルチンゲールの収束定理による理論分析

宋 永圭\*

## 要旨

本稿では、適合過程の枠組みの中で離散時間金融政策モデルを構築し、量的緩和が投資家の物価予想に与える影響に関する理論分析を行う。劣マルチンゲールの収束定理による理論分析の結果は、マネタリーベースの収束先を十分高いレベルに変更することが、投資家のインフレ予想を形成するための十分条件になることを示す。また量的緩和に関する事例を分析し、終わりでは今後の韓国経済を展望する。

キーワード：量的緩和，物価予想，マネタリーベース，劣マルチンゲールの収束定理  
JEL Classification Numbers：E31, E52, E58

## 1 はじめに

行動ファイナンスの分野では、確率過程の枠組みの中で理論モデルを構築し、投資家の心理や予想形成の観点から分析することが多い。このような投資家心理に関する理論研究として、Barberis et al. (1998) と宋 (2014) がある。Barberis et al. (1998) では、代表性ヒューリスティックと保守主義が証券価格に与える影響に関する投資家心理モデルが構築されている。モデルにおける数学的手法は、ランダムウォークとマルコフ過程であり、モデルによる理論分析の結果は、証券価格は一定の条件のもとで過小反応と過剰反応を示すことを示す。

宋 (2014) では、市場心理が証券価格と収益率に与える影響に関する投資家心理モデルが構築されている。モデルにおける数学的手法は、マルチンゲールと正規分布である。モデルによる理論分析の結果は、投資家の楽観主義と悲観主義が証券ミスプライシングの原因であることを示す。また市場心理が解消されれば、証券収益率のリバーサルが起こることも示す。Barberis et al. (1998) と宋 (2014) に共通する特徴は、離散時間確率過程をベースにして理論モデルを構築し、投資家心理が証券価格や収益率に与える影響に関する分析を

---

\* 日本大学経済学部  
ycksong@eagle.sophia.ac.jp

行っていることである。

投資家心理と金融政策との関係に関する実証研究として、Basistha and Kurov (2008) と Kurov (2010) がある。Basistha and Kurov (2008) では、政策金利の予想外変更に対する株式収益率の反応は、景気後退の時の方が、景気拡大の時の方より 2 倍以上大きいことが示されている。また、政策金利の予想外変更に対する株式収益率の反応は、信用市場の状態が厳しい時に大きくなることも示されている。このことは、景気後退の時と信用市場の状態が厳しい時には、投資家心理が萎縮するため、中央銀行の政策決定は株式価格に大きな影響を与えることを意味する。

Kurov (2010) では、株式市場が強気 (bull market) である時には、株式価格は、政策金利の予想外変更には有意な反応を示さないが、株式市場が弱気 (bear market) である時には強い反応を示すことが示されている。また Kurov (2010) では、政策金利の予想外変更が株式市場に与える横断的影響 (cross-sectional effect) についても示されている。論文では、投資家心理の変化に敏感な株式であればあるほど、政策金利の予想外変更に大きく反応することが示されている。

行動ファイナンスにおける重要な仮説として、投資家の過剰反応仮説がある。この仮説によれば、非合理的投資家は予想外の情報に対し、過剰反応をし、株式価格は過大な動きをする。Basistha and Kurov (2008) と Kurov (2010) の研究結果は、景気後退の時と信用市場の状態が厳しい時、そして、株式市場が弱気である時に、株式市場は政策金利の予想外変更にも敏感になることを示す。つまり、これらの 3 つの状態では経済の不確実性が増大するため、投資家は金融政策の予想外変更にも過剰反応することを論文の研究結果は示しているのである。

Basistha and Kurov (2008) と Kurov (2010) の研究結果は、金融政策が株式市場に与える影響には、投資家心理が重要な役割を果たしていることを示す。このことは、金融政策の分野でも、行動ファイナンスの観点から、金融政策が投資家の予想形成に与える影響について研究することが、求められていることを意味する。

本稿では、中央銀行がゼロ金利制約のもとでマネタリーベースを増大させ、投資家の物価予想に変化をもたらす、景気回復を図る状況を想定した理論モデルが構築されている。そのために本稿では、中央銀行と代表的投資家が存在する金融政策モデルを構築し、量的緩和が投資家の物価予想に与える影響について分析をする。代表的投資家とは、投資家たちの集合的予測を表す仮想的投資家のことである。

モデルにおける数学的手法は、適合過程と劣マルチンゲールの収束定理である。本稿では、適合過程の枠組みの中で、物価およびマネタリーベースを離散時間確率過程として記述し、投資家のインフレ予想とデフレ予想を定式化する。また、劣マルチンゲールの収束

定理による理論分析を行い、マネタリーベースの収束先を調節することによって、投資家の物価予想を変えられることを示す。

## 2 量的緩和と物価予想：劣マルチンゲールの収束定理による証明

本節では適合過程の枠組みの中で、中央銀行と代表的投資家が存在する金融政策モデルを構築し、量的緩和が投資家の物価予想に与える影響に関する理論分析を行う。モデルの中央銀行は、ゼロ金利制約のもとでマネタリーベースを調節しながら金融政策を行う。また、モデルの投資家は中央銀行の金融政策の基調を知るための数量的な情報として、マネタリーベースの動向を観察し、今後の物価に関する予想を形成する<sup>\*1</sup>。本稿では実質金利を次のように定める。

$$\text{実質金利} = \text{名目金利} - \text{予想インフレ率} \quad (1)$$

上の式において、名目金利は中央銀行が設定する客観的金利であり、実質金利は投資家の物価予想が反映された主観的金利である。ゼロ金利制約のもとで中央銀行は、量的緩和を行うことによって予想インフレ率を調節し、実質金利を引き下げ、景気回復を図る必要がある。

ゼロ金利制約のもとで、投資家がデフレ予想を形成する場合には、実質金利は名目金利を上回る。また、このような実質金利と名目金利の間におけるプラスギャップは、デフレ経済において、伝統的な政策手段では景気回復が起こらない主要な原因になる。したがって、ゼロ金利制約のもとで実質金利をマイナスに低下させ、総需要を刺激し、景気回復を図るためには、中央銀行はマネタリーベースを十分高いレベルに増加させ、投資家のインフレ予想を誘導し、予想インフレ率を引き上げていく必要がある。

このような量的緩和の結果、実質金利がマイナスになると、家計の貯蓄や企業の内部留保は次第に減り、消費や投資は活発になっていく。また自国通貨に対する需要は減るので、通貨安になり、輸出も増える。それと同時に自国通貨以外への資産の需要が増え、株式市場や不動産市場も活発になっていく。このように量的緩和による総需要の刺激や、資産市場の活性化過程を経て経済は最終的に景気回復に至る。

$(\Omega, \mathcal{F}, P)$  は確率空間であり、 $\mathcal{F}_t, t = 1, 2, \dots$  は情報系である。物価とは、経済全体に存在するすべての財やサービスの平均価格であり、物価の過程は  $X_t, t = 1, 2, \dots$  として記述される。物価の過程  $X_t, t = 1, 2, \dots$  は、情報系に適合する過程で可積分である。つまり任意の時刻  $t$  に対し、 $X_t \in \mathcal{F}_t$  で、 $E[|X_t|] < \infty$  である。また物価の増分に関して、次の式が成り

---

<sup>\*1</sup> 短期金融市場、資本市場、外国為替市場に参加している投資家たちは、中央銀行の金融政策の推移を観察しながら、物価予想を形成する。実際にマネタリーベースの変化と予想インフレ率の間にはプラスの相関関係がある。

立つ．ただし， $\alpha \in R$  で， $0 < \lambda < 1$  である．

$$X_{t+1} - X_t = y_{t+1} \quad (2)$$

$$E_t[y_{t+1}] = \lambda(\mu - \alpha) \quad (3)$$

ここで， $\mu$  は，中央銀行が設定するマネタリーベースの収束先であり， $\lambda$  は， $\mu - \alpha$  が投資家の予想に反映される割合を表す．特に， $\mu = \alpha$  の時に物価の過程はマルチンゲールになり，物価の過程がマルチンゲールになる場合には，投資家はインフレ予想もデフレ予想も形成しない．

モデルにおいて，インフレとは物価が上昇していく現象のことをいい， $X_{t+1} \geq X_t, t = 1, 2, \dots$  として記述される．デフレとは物価が下落していく現象のことをいい， $X_{t+1} \leq X_t, t = 1, 2, \dots$  として記述される．したがって，投資家のインフレ予想を次のように記述することができる．

$$E_t[X_{t+1}] \geq X_t \text{ a.s.} \quad (4)$$

また，デフレ予想は次のように記述することができる．

$$E_t[X_{t+1}] \leq X_t \text{ a.s.} \quad (5)$$

したがって，予想インフレ率は次のように記述される．ただし， $t = 1, 2, \dots$  である．

$$\frac{E_t[X_{t+1}] - X_t}{X_t} \quad (6)$$

上の式はゼロ金利制約のもとで，投資家がインフレ予想を形成すれば実質金利はマイナスになり，デフレ予想を形成すればプラスになることを意味する．

マネタリーベースとは，ゼロ金利制約のもとで，中央銀行が貨幣供給を調節するための数量的な手段である．モデルにおいて，マネタリーベースの過程は  $M_t, t = 1, 2, \dots$  として記述される．マネタリーベースの過程  $M_t, t = 1, 2, \dots$  は，情報系に適合する過程で可積分である．つまり任意の時刻  $t$  に対し， $M_t \in \mathcal{F}_t$  で， $E[|M_t|] < \infty$  である．また，マネタリーベースの過程は次の2つの条件を満たす．ただし， $M_t^+$  は， $M_t$  の正部分である．

$$E_t[M_{t+1}] \geq M_t \text{ a.s.} \quad (7)$$

$$\sup_t E_t[M_t^+] < \infty \quad (8)$$

したがって， $M_t, t = 1, 2, \dots$  は，劣マルチンゲールの収束定理により，ある確率変数  $M$  に概収束し，極限  $M$  は可積分になる\*2．

$$\lim_{t \rightarrow \infty} M_t = M \quad (9)$$

---

\*2 劣マルチンゲールの収束定理に関しては，舟木 (2004) の第6章，または Jacod, J and P. Protter (2004) の第27章を参照されたい．

$$E[|M|] < \infty \quad (10)$$

ここで、極限  $M$  の期待値をマネタリーベースの収束先とする。

$$E[M] = \mu \quad (11)$$

つまり、中央銀行は極限  $M$  の期待値を調節しながら、量的緩和を行うのである。

定理 1 マネタリーベースの収束先が  $\mu = \mu_1$  であれば、投資家はインフレ予想を形成し、 $\mu = \mu_2$  であれば、デフレ予想を形成する。ただし、 $\mu_1 \geq \alpha$  で、 $\mu_2 \leq \alpha$  である。

証明. まず、次の式が成り立つ。

$$\begin{aligned} E_t[X_{t+1}] &= E_t[X_t + y_{t+1}] \\ &= X_t + \lambda(\mu - \alpha) \end{aligned} \quad (12)$$

ここで、 $\mu = \mu_1$  であれば、次の式が成り立つ。

$$E_t[X_{t+1}] \geq X_t \quad (13)$$

また、 $\mu = \mu_2$  であれば、次の式が成り立つ。

$$E_t[X_{t+1}] \leq X_t \quad (14)$$

■

以上により、ゼロ金利制約のもとで予想インフレ率を引き上げ、実質金利をマイナスにするための十分条件は、マネタリーベースの収束先を十分に高いレベルに変更することが証明された。

### 3 量的緩和と景気刺激：事例分析

一般に中央銀行は名目金利を変更することによって金融政策を行い、名目金利変更の影響はいくつかの経路を通じて経済に波及していく。中央銀行は、名目金利以外にも実質金利を変更し、経済に影響を与えることができる。つまり、中央銀行は実質金利を変更することによって、経済主体の意思決定に介入し、一国経済の生産や雇用にまで影響を及ぼせるのである。

中央銀行は、普通、名目金利をゼロ以下に下げることができない。このようなゼロ金利制約は、長い間、金融政策の限界として考えられてきた。ところがゼロ金利制約のもとでも、中央銀行は量的緩和を行い、経済に影響を及ぼすことができる。実際に 2000 年代以降、いくつかの中央銀行は実質金利の変更を目指し、金融政策を行ってきた。例えば、

2000年代の初頭に日本で行われた金融政策と、金融危機(2007年~2009年)の後に、米国、イギリス、日本、欧州で行われてきた金融政策は、このような考え方に基づいている。

米国で行われた量的緩和として、QE1、QE2、QE3がある。米国で、2008年から実施された量的緩和をQE1と呼び、2010年から実施された量的緩和をQE2と呼ぶ。QE1は、サブプライムローン問題による金融危機に対応するため、2008年11月から2010年6月まで実施された(QE1のさいには、1兆7250億ドルが供給された)。QE2は、米国の景気回復ペースの鈍化を受け、2010年11月から2011年6月まで実施された(QE2のさいには、6000億ドルが供給された)。

景気回復には、金融政策と財政政策を融合したポリシーミックスが有効である。米国では、QE2と、9000億ドル規模の包括的減税案を合わせて行ったことにより、消費部門や生産部門で回復基調が見られた。ところが雇用部門では回復基調が見られず、QE2は2011年6月に終了し、失業率は同年10月、9.1%に高止まりした。

QE3は、労働市場を刺激して景気回復を図るために2012年9月に導入された。QE3では、市場から住宅ローン担保証券(MBS)を追加的に買い取って大量の資金供給を行う。QE3は、買い取り規模が月額400億ドルであり、雇用市場が改善するまでに継続される。また事実上のゼロ金利政策は、2014年終盤から2015年半ばまでに延長される。つまり、FRBは、物価安定と雇用最大化を目指し積極的に政策を行っていく姿勢を示したのである。

FRBのバーナンキ議長は、量的緩和は米国債、社債、住宅ローンなどの金利を引き下げながら、株式価格や住宅価格を引き上げ、雇用を改善し消費を拡大させる効果があると述べている。バーナンキ議長は、2013年5月の議会証言で、QE3の規模を縮小する可能性があると発言し、6月の連邦公開市場委員会(FOMC)の後の記者会見では、QE3の出口戦略を明らかにした。

ところが、バーナンキ議長のこのような発言は金融市場に衝撃を与え、株式価格の暴落を引き起こした。2013年12月FRBは、2014年1月からQE3の規模を毎月850億ドルから750億ドルに縮小することを決めた。ところが、フェデラルファンド金利の誘導目標は年0~0.25%に据え置き、事実上、ゼロ金利政策は維持した。

また米国の経済活動が上向いたと判断したことから、2014年1月には、2014年2月からQE3の規模を毎月750億ドルから650億ドルに縮小することを決めた。ところが、フェデラルファンド金利の誘導目標は年0~0.25%に据え置き、事実上、ゼロ金利政策は維持した。

2014年3月、FRBは、QE3の規模を毎月650億ドルから550億ドルに縮小することを決めた。ところが、フェデラルファンド金利の誘導目標は年0~0.25%に据え置き、事実上、

ゼロ金利政策を維持した。また、FRBは、金融政策変更の数値基準である失業率6.5%を廃止し、失業率、雇用、物価などの幅広い経済指標を参考にすることを表明した。2014年4月、FRBは、QE3の規模を毎月550億ドルから450億ドルに縮小することを決めた。

ところが、フェデラルファンド金利の誘導目標は年0~0.25%に据え置き、事実上、ゼロ金利政策を維持した。2014年6月、FRBは、QE3の規模を毎月450億ドルから350億ドルに縮小することを決めた。ところが、フェデラルファンド金利の誘導目標は年0~0.25%に据え置き、事実上、ゼロ金利政策を維持した。

2014年7月、FRBは、QE3の規模を毎月350億ドルから250億ドルに縮小することを決めた。ところが、フェデラルファンド金利の誘導目標は年0~0.25%に据え置き、事実上、ゼロ金利政策を維持した。2014年9月、FRBは、QE3の規模を毎月250億ドルから150億ドルに縮小することを決めた。

また、QE3を10月で終了することを決めた。ところが、フェデラルファンド金利の誘導目標は年0~0.25%に据え置き、事実上、ゼロ金利政策を維持した。また、ゼロ金利政策は、相当な期間継続することを表明した。2014年10月、FRBは、QE3を10月で終了することを決めた。また、事実上のゼロ金利政策は、相当な期間継続することを表明した。

中央銀行がどれくらい積極的に量的緩和を進めてきたかは、中央銀行のバランスシートを見ることによって確認できる。イングランド銀行の場合は、リーマンショックの直後(2008年10月)にバランスシートを3倍近くまで増やした。その後、同年11月から2009年3月までにかけて、バランスシートを段階的に縮小させた。また、2010年4月頃までバランスシートを緩やかに拡大させた後、2011年末まではバランスシートを一定水準に維持した。

ところが、2011年1月の消費税率引き上げの結果、景気が悪化したため、イングランド銀行は2012年に入ってから量的緩和を再開した。イングランド銀行は、景気が回復基調に戻った2013年以降量的緩和を停止し、それ以来イングランド銀行のバランスシートは横這いで推移した。結果として、イングランド銀行のバランスシートは、リーマンショックの直前に比べ約4倍にまで拡大した。このようなバランスシートの変化から読み取れることは、イングランド銀行は量的緩和を手探りの状態で実行してしまい、政策の一貫性を保つことができなかったことである。

日本の場合、2001年3月に量的緩和が導入され2006年3月に解除された。ところが、新たな日銀総裁のもとで2013年4月から量的緩和が再開されるようになった。2001年3月に導入された量的緩和の解除条件は、消費者物価指数の前年比上昇率が0%以上で安定することであった。

2005年後半になると経済指標に景気回復の兆しが現われるようになり、消費者物価指数

の前年比上昇率が4ヶ月連続で0%以上になった。このことから、日本銀行は量的緩和を2006年3月に解除し、量的緩和の解除に伴い金融市場調節の誘導目標は資金量から金利に戻された。ただし、急激な金利の上昇を避けるためにゼロ金利は維持し、物価水準の目標は0から2%におくことにした。

日本銀行は2013年4月量的・質的金融緩和の導入を決め、2%の物価安定目標を達成するまで量的緩和を継続することにした。つまり、2006年までの量的緩和を再開させたのである。日本銀行は当初マネタリーベースを2年間で2倍にし、2年程度で2%の物価目標を実現することを目標とした。日本銀行によると、マネタリーベースの残高は2013年12月に200兆3100億円になった。この額は、2013年末に到達することを見込んでいた200兆円を超えた額である。

ところが、2014年4月に消費税率が17年ぶりに5%から8%に上がってしまい、量的緩和の政策効果が大きく相殺されてしまった。日本銀行は2014年10月に追加緩和を決め、マネタリーベースが年間約80兆円に相当するペースで増加するように調節することにした。また、2%の物価安定目標を目指し、必要な時点まで量的・質的金融緩和を継続することにした。

これらの事例は中央銀行が量的緩和を行い、マネタリーベースの収束先を変更することによって、景気回復を図った実際の例であると考えられる。特に米国の事例であるQE1,2,3からは、量的緩和の政策的の一貫性が顕著に見られる。ところが、イギリスや日本の事例からは量的緩和の政策的の一貫性は見られない。

中央銀行が量的緩和を行うさいには、実行中の量的緩和が景気回復のための一時的な措置に過ぎないと投資家たちに認識されてはいけない。中央銀行は景気回復の基調を踏まえながら、量的緩和を逐次に行い、金融市場の投資家たちに政策的一貫性を示す必要がある。

## 4 終わりに

リーマンショック以来、米国は自国の経済がデフレに陥ることを防ぐため、量的緩和をQE1,2,3の3つの段階に分けて行った。量的緩和の期間中、米国のマネタリーベースは急上昇したので、多くの投資家は米国経済のインフレおよび通貨安を予想し、為替市場でドルを売り、円を買い入れた。このような投資家行動は、円に対する需要を増加させ、日本経済の通貨高およびデフレの進行を強めてしまったと考えられる。

貨幣論的観点からいえば、デフレおよび通貨高は貨幣需要が貨幣供給を上回る時に起こり、インフレおよび通貨安は貨幣需要が貨幣供給を下回る時に起こる。日本では、政権交代以降に日銀総裁が代わり、量的緩和を積極的に行うようになった。このことをきっかけ

に、日本経済のインフレおよび通貨安の予想が生まれ、多くの投資家が円に対する需要を減らし、他の貨幣に対する需要を増やしたと考えられる。

ところが、このような投資家行動は米国での利上げの先行きが不透明な状況のなかで、ドルの代わりにウォンに対する需要を増加させた可能性がある。また、このようなウォンに対する需要の増加は、韓国経済にデフレの進行および通貨高をもたらした可能性がある。このことは、韓国の中央銀行はウォンに対する需要と供給のアンバランスを修正して、デフレの進行および通貨高を防ぎ、景気回復を図る必要があることを意味する<sup>\*3</sup>。

また、韓国の中央銀行による政策金利の調節も、将来、ゼロ金利制約に直面する恐れがある。もし、ゼロ金利制約のもとでデフレが進行すれば、実質金利は上昇し、景気回復は一層難しくなる。万が一韓国経済がこのような状況に直面する場合には、中央銀行はマネタリーベースの収束先を変更し、投資家たちにインフレ予想をもたらすことによって、景気回復を図る必要がある。

具体的にいえば、今後、韓国経済も何らかの理由で資産市場が崩壊すれば、日本のようにデフレを伴う長期不況に突入する恐れがある。もし、このような事態が実際に発生し、金融政策もゼロ金利制約を受けるようになった場合には、中央銀行は量的緩和を行い、実質金利をマイナスに低下させ、景気回復を図る必要がある。したがって、近年、日本で行われている量的緩和の推移を観察したうえで、事例として活かし、今後の韓国経済に役に立てる必要がある。

## 5 引用文献

Barberis, N., A. Shleifer, and R. Vishny, 1998. A model of investor sentiment. *Journal of Financial Economics* 49, 307-343.

Basistha, A. and A. Kurov, 2008. Macroeconomic cycles and the stock market's reaction to monetary policy. *Journal of Banking and Finance* 32, 2606-2616.

舟木直久, 2004. 確率論. 朝倉書店, 東京.

Jacod, J and P. Protter, 2004. *Probability Essentials*, 2nd edition. Springer.

Kurov, A., 2010. Investor sentiment and the stock market's reaction to monetary policy. *Journal of Banking and Finance* 34, 139-149.

宋永圭, 2014. トレンドに対する非合理的な認識と金融市場の非効率性. 経済系 (関東学院大学経済学会研究論集) 第 258 集, 48-61.

---

<sup>\*3</sup> デフレと通貨高は、貨幣需要が貨幣供給を上回りながら総需要が総供給を下回る時に起こる。したがって、貨幣の供給バランスを整えることによって、実質金利を修正し総需要を刺激すれば GDP ギャップは解消される。