

超過共変動の時系列特性分析

徳永俊史^a, 山本零^b

2012年8月31日(初稿, 予稿集用原稿)

要旨

伝統的なファイナンス理論では, 資産間の価格共変動が共通ファクターの分散とそれらに対するエクスポージャーで完全に説明できるとされている. しかしながら, 数多くの先行研究は, 共通ファクターの影響を除去した後の資産間に依然として相関(超過共変動)が存在することを報告している. 本研究では, 日本の日次個別株式データから月次超過共変動を定義し, その時系列特性について考察した. その結果, 超過共変動は時間とともに変化し, とりわけ, 高ボラティリティ局面で発生していることをみつけた. (JEL : G02, G11, G14)

キーワード: ファクターモデル, 標本相関, ARモデル, ボラティリティ, 業種

1. はじめに

ポートフォリオ理論にもとづく資産運用では, まず各資産クラスのリターン・リスク特性を把握することから始まる. とりわけ, 資産間の関係がポートフォリオ構築に大きな影響を与えることは, 以前から指摘されてきた. しかし, 資産数 N に対して, $N(N-1)/2$ 個の共分散リスクを実証的に評価することは困難であり, 学術的な議論も散発的に行われているにすぎない. 多くは, 統計的な修正の有無はあるものの, 標本共分散を用いたり, 既存の資産評価モデルを用いたりしているようである.

理論的にみると, たとえばCAPM(資本資産評価モデル)を前提とすれば, 2資産の間の共分散は, それぞれの市場ベータと市場リターンの分散の積で表される. すなわち, 2資産の間の関係は, 市場との関係で完全に表現することができる. したがって, 資産運用という視点だけで考えれば, CAPMの利用は, 大量の共分散を計測しなければならないという問題からは解放される.

しかし, 2資産間の関係について実証的にみると, 理論的な関係だけではとらえられない別の要因が観察される. とりわけ注意しなければならないのが, 理論から導き出される関係以上に関係を持ってしまう資産が存在するという実証上の発見である. Pindyck and Rotemberg (1990)は, これを超過共変動(EC: excess comovement)とよび, 米国の商品市場に強いECが存在することをみつけた. 飯原・加藤・徳永(2004)は, 日本の商品先物

^a 武蔵大学経済学部 (t-tkng@cc.musashi.ac.jp)

^b 三菱トラスト投資工学研究所 (MTEC)

市場のデータを使い、同様の分析を行っている。

株式市場については、Pindyck and Rotemberg (1993)が超過共変動の存在をみつけている。その後、Kallberg and Pasquariello (2008)は、米国における82の業種指数を用いて、超過共変動の存在を確認しながらその時系列特性を分析している。その結果、ECは、情報の異質性や金融・実物経済動向と正の関係にあり、過去の市場ボラティリティや短期金利水準と負の関係にあることをみつけた。流動性ショックとの関係はみられなかった。

なぜさまざまな資産クラスや世界の国々で超過共変動の存在がみつかるのであろうか？これについては、多角的に考察する必要がある。これまでの実証分析の多くは、超過共変動の存在を把握する際に残差相関（共分散）を使用してきた。残差相関が生まれる主な可能性は、主に、(1)見落とししたファクター、(2)前提となるモデル構造の誤った定義、(3)“本論文で問題とする”超過共変動の発生、があげられる。

超過共変動の分析のもっとも難しい問題は、この“超過”をどのように定義し、データから抽出するかであるが、幸い、株式市場については、CAPMを基礎とする資産評価モデルが存在する。したがって、株式市場については、(1)や(2)の可能性は考慮しながらも、モデルの残差を使って(3)を分析することに対して完全に否定している先行研究はみられないようである。

本論文では、広く利用されている理論モデルを利用して超過共変動を抽出し、その時系列特性を把握することを主目的とする。Kallberg and Pasquariello (2008)は、ECの時系列変動をさまざまな説明変数を使ってそれらとの関係を調べたが、本論文では、ECそのものの時系列特性に焦点をあてる。その理由は以下のとおりである。Mondria (2010)も指摘しているように、ECの存在はポートフォリオ戦略に関する意思決定に影響を与える。冒頭述べたように、ECの存在はポートフォリオのリスク測定に直接影響を与える。もっとも単純な発想は、常にあらかじめECを除去してポートフォリオを構築することである。ただし、ECそのものは基礎となるモデルに依存しているため、単純にEC（と考える部分）を除去することには問題が残る。たとえ基礎となるモデルを信用したとしても、ECが永続的に発生しているなら、逆に事前にECを除去すると事後的なパフォーマンスに影響が出てしまう。本論文では、まずECが時系列的にみて、短期的に解消するのか、それとも一度発生したECは長期間永続するのかに注目する。何らかの短期要因で一時的にECが発生したのであれば、それを除去してポートフォリオを構築することで、パフォーマンスは安定するはずである。逆に、モデル設定の問題を含めて、構造的な要因によって一度発生したECは長期間永続するのであれば、それを考慮してポートフォリオを構築した

方がターゲットとしたリターン・リスク水準からのかい離は小さくなるはずである¹。

本論文の残りの構成は以下のとおりである。第2節では、実証分析で利用する超過共変動を定義する。第3節では、実際に利用するデータを定義するとともにその基本統計量を明らかにする。第4節は、実証結果を報告する。結果の要約と今後の課題を第5節でまとめる。

2. 超過共変動の定義

超過共変動に関する実証分析で注意しなければならないことがいくつかある。まず、前節で説明したように、超過共変動の存在は基礎となるモデルに依存するという点である。幸い、資産価格の変動について、ファイナンスにはCAPM（資本資産評価モデル）という広く認知された理論モデルがある。次に、用意したモデルをどのように推定するかという問題がある。先行研究を含め通常、月次データを使いながら、標本期間全体でパラメータを推定するか、数年単位でローリングしながらパラメータを推定するかである。ECの時系列特性を分析するには後者の方法を採用することになるが、データ重複問題を慎重に扱わなければならない。

本論文では、短期的な発生メカニズムと長期的な傾向の分析を1つの目的としており、最終的にはポートフォリオ戦略への適用を考えているので、次のような回帰式を用いることにする。

$$r_{i,d,t} = \alpha_{i,t} + \beta_{1,i,t} r_{m,d,t} + \beta_{2,i,t} r_{m,d-1,t} + \varepsilon_{i,d,t}, \quad i=1, \dots, N_t, \quad d=2, \dots, D_t, \quad t=1, \dots, T, \quad (1)$$

ここで、 $r_{i,d,t}$ は、 t 月の d 番目の日における i 番目の銘柄の株価変化率を表す。 m は市場を表し、頻度の高いデータ特有の問題である流動性や非同時取引などによる反応の遅れを考慮するため1日前の市場も説明変数に入れる。

パラメータは、日次データを使って毎月推定する。本論文では、超過共変動を、毎月推定されたパラメータに基づいて計算される月内の日次残差の“月別”共分散として定義する。日次データを用いることで、データの重複問題は発生しない。

3. データ

分析対象データは、1987年5月から2011年12月の日次データに対し、各月末時点で東京証券取引所第1部に上場している銘柄を使用する。前節で説明したように、超過共変動の抽出の際、日次データを使用するため、(1)式で修正するとはいえ流動性や非同時取引などの問題を完全に排除していない可能性がある。そこで、本論文の分析では、各月末

¹ 超過共変動を利用したポートフォリオ戦略の例としてGreenwood (2008)を参照。

表 1. 個別銘柄の E C

	負に有意な割合	有意でない割合	正に有意な割合
全体	4.0%	90.7%	5.3%
業種			
1. ハイテク	3.1%	89.2%	7.7%
2. シクリカル	3.2%	90.2%	6.6%
3. 狭義の内需	3.2%	90.4%	6.4%
4. 金融	2.8%	86.7%	10.5%
5. ディフェンシブ	2.6%	87.6%	9.8%
6. 建設・不動産	2.3%	86.2%	11.5%

(注) 有意水準は 5% とする.

時点で時価総額上位 600 銘柄に絞って分析する.

超過共変動は, (1) 式の OLS 推定から得られる残差項を使って以下のように定義する. すなわち, 残差項の標本相関係数である.

$$Y_{ij,t}^{EC} = \hat{\sigma}_{ij,t} / \sqrt{\hat{\sigma}_{ii,t} \hat{\sigma}_{jj,t}}, \quad i, j = 1, \dots, N_t, \quad t = 1, \dots, T, \quad (2)$$

$$\text{where} \quad \hat{\sigma}_{ij,t} = (D_t - 1)^{-1} \sum_{d=1}^{D_t} \hat{\varepsilon}_{i,d,t} \hat{\varepsilon}_{j,d,t}. \quad (3)$$

さらに, 次のようなフィッシャー変換を行い, 本論文では断りのない限りこれを個別銘柄間の超過共変動とよぶ.

$$Z_{ij,t}^{EC} = 2^{-1} \ln \left(\frac{1 + Y_{ij,t}^{EC}}{1 - Y_{ij,t}^{EC}} \right), \quad i, j = 1, \dots, N_t, \quad t = 1, \dots, T, \quad (4)$$

ここで, \ln は自然対数である.

表 1 は, (4) 式から計算された超過共変動の有意性を検定した結果である. もし (1) 式を前提として理論どおり E C が存在しないのであれば, 平均はゼロから有意にかい離することは無いはずである. 全体の結果をみると, 約 18 万通りの組み合わせのうち 90% 以上は 5% 水準で統計的に有意ではない. 6 つの業種についてもやや有意な組み合わせが増加するものの, 依然としてほとんど有意ではない. 有意な組み合わせについては, 正に有意なものの方が多いが, おそらく業種要因が影響しているものと思われる.

4. 実証結果

超過共変動の分析は, そもそも共分散の分析である. したがって, 600 銘柄とはいえ, 共分散でみると約 18 万個の組み合わせとなるため平均的な特徴を把握することが困難である. そこで, 本論文では, 表 1 で採用した 6 業種に集約された超過共変動の時系列を使って分析する. 業種内の E C は単純平均とする.

表 2. 係数 δ_{pq} の推定結果

全体		業種間			
	0.008 **				
業種内		業種間			
1. ハイテク	0.012 *	1-2	0.007 **	2-6	0.012 **
2. シクリカル	0.014 **	1-3	-0.006	3-4	0.014 **
3. 狭義の内需	0.014 **	1-4	-0.005	3-5	0.029 **
4. 金融	0.036 **	1-5	-0.015 **	3-6	0.003
5. ディフェンシブ	0.045 **	1-6	0.001	4-5	0.021 **
6. 建設・不動産	0.025 **	2-3	0.006 **	4-6	0.013 **
		2-4	0.001	5-6	0.014 **
		2-5	0.009 **		

(注) **印は5%水準, *印は10%水準で有意であることを表す.

標準誤差には, Newey-West の不均一分散・自己相関一致推定量を用いている.

表 2 は, 以下の式の推定結果を要約したものである.

$$Z_{pq,t}^{EC} = \gamma_{pq} + \delta_{pq} S_t + u_{pq,t}, \quad p, q = 1, \dots, 6, t = 1, \dots, T, \quad (5)$$

ここで, S_t は, t 月において市場が高 (低) ボラティリティ局面のとき 1 (0) となるダミー変数である. ボラティリティ局面の分類は, 以下の手順で作成する. まず, EC の計算と同様, 月内の日次 TOPIX 変化率を使って毎月の標本標準偏差を計算する. そして, 分析期間の中央値より高 (低) い月を高 (低) ボラティリティ局面とする. このように, 局面分類は事後的に行われることになるが, まずは EC の時系列特性を明らかにすることを最優先にする.

表 2 の結果は (5) 式の係数 δ_{pq} の推定結果, すなわち高ボラティリティ局面の EC が低ボラティリティ局面の EC をどれだけ上回っているかを表しているが, 業種内だけでなく, 業種間でも高ボラティリティ局面に超過共変動が高まる傾向にあることを示している. この結果については, アナリストによる業績予想の広がり (散らばり) が大きくなると EC が高まるという Kallberg and Pasquariello (2008) の結果と矛盾しない. アナリストの予想が異質であることによって, 市場の方向感が定まりにくくなり, 結果として株価の変動は大きくなることが予想される. 別の見方をすると, アナリスト予想が異質になればなるほど, 分散投資に従事している投資家の情報分析能力は限界に近づく. そして, 情報処理が困難になると, 投資家はある特定の銘柄に関する情報に注意を払い, 類似する銘柄群についてはその情報をもとに関連づける (Mondoria, 2010). その結果, 銘柄間に理論が示唆している以上の関係を生み出してしまう. その傾向は, とりわけ市場ボラティリティの高い局面で大きくなると考えられ, 表 2 の結果はこの傾向を示している.

5. 結論と今後の課題

伝統的なファイナンス理論では、資産間の価格共変動が共通ファクターの分散とそれらに対するエクスポージャーで完全に説明できるとされている。しかしながら、様々な先行研究は、共有ファクターの影響を除去した後の資産間に依然として相関（超過共変動）が存在することを報告している。本研究では、入手可能な情報の不確実性が増し、それによって株価変動が大きくなる時、分散投資に従事している投資家の情報処理能力が不足し、投資家が注意量の低い銘柄の情報を高い銘柄の情報に関連させて期待リターン作成する行動（Mondria, 2010）を背景に超過共変動の時系列特性を分析する。そして、市場の情報量の代理変数としてボラティリティを用いて国内株式市場の株式データを分析した結果、超過共変動は、想定どおり高ボラティリティ局面で発生していることを確認した。

もし投資家の情報処理能力の限界による解釈が可能であるなら、ECの高まりは一時的なものではないかという疑問が出てくる。たとえ、情報処理能力の限界によりECを生み出したとしても、徐々に情報処理が行われるのであれば、ECも徐々に解消されるはずである。そして、この傾向は、情報処理を行いやすい同一業種内のECの方が早く解消に向かうはずである。この分析については今後の課題とする。

その上で、超過共変動の存在がポートフォリオ戦略にどの程度影響を与えるのか、また、超過共変動の情報を利用することでポートフォリオ戦略のパフォーマンスを改善することができるのかについては今後の課題である。すでに言及しているように、超過共変動は基本となる理論モデルやモデル推定方法に依存している。比較可能な方法によって、本論文の結果の頑健性を確認する必要がある。

引用文献

- [1] Greenwood, R., 2008, Excess comovement of stock returns: evidence from cross-sectional variation in Nikkei 225 weights, *Review of Financial Studies*, 21, 1153-1186.
- [2] 飯原慶雄, 加藤英明, 徳永俊史, 2004, 商品先物市場における価格連動性, *経営財務研究*, 23, 19-29.
- [3] Kallberg, J., Pasquariello, P., 2008, time-series and cross-sectional excess comovement in stock indexes, *Journal of Empirical Finance*, 15, 481-502.
- [4] Mondria, J., 2010, Portfolio choice, attention allocation, and price comovement, *Journal of Economic Theory*, 145, 1837-1864.
- [5] Pindyck, R. and J. Rotemberg, 1990, The excess co-movement of commodity prices, *Economic Journal*, 100, 1173-1189.
- [6] Pindyck, R. and J. Rotemberg, 1993, The comovement stock prices, *Quarterly Journal of Economics*, 108, 1073-1104.