

Economic Growth with Locked-in Childbirth: From Under-to Over- Investment in Education

Masao Nakagawa and Yoshiaki Sugimoto

1 はじめに

本研究の目的は経済発展とともに、出生率の不可逆的な投資決定が子供への教育投資に異なった影響を与えることを明らかにすることにある。¹ 経済発展初期では家計は子供の質 (子供への教育) よりも量 (子供の数) を重視し、より多くの子供を生む。その結果、Galor and Zeira (1993) が指摘するように、資本市場の不完全性が存在する場合は、仮に優秀な子供が生まれても養育費の負担が大きく、子供に十分な教育を受けさせることが出来ない。つまり、経済発展初期では教育投資をしないことを前提で多くの子供を生む為に、信用制約に直面し、事前に立てた教育投資をしないという計画を履行する。

経済発展後期では、家計は子供の質をより重視し、教育投資をする前提で出生率を決定する為に、子供の数を絞ることになる。その結果、予め教育資金として貯蓄していたため、資金に余裕があるので、仮に、それほど優秀でない子供が生まれたとしても、事前に立てた、教育投資をするという計画を履行しようとする。

つまり不可逆的な出生率の決定が、経済発展初期では、教育投資をしないという事前の計画を履行する為に、教育投資を阻害し、逆に、経済発展後期では、教育投資をするという事前の計画を履行するため、教育投資を促進するという結果をもたらす。

本研究のもう一つの特徴は教育投資に対する子供の態度を能動的にし、親と子供の間に関係対立を導入している点である。² 教育を受けて熟練労働者になるには子供が努力して人的資本の修得に時間を費やす必要がある。子供の余暇と人的資本修得の時間の間にトレードオフがある場合、子供が十分に努力しない場合、親の教育投資の一部が無駄になる可能性もある。

2 分析手法

2.1 モデル

個人が2期間生きる世代重複モデルを考える。若年期は親から教育投資を受ける場合、余暇と人的資本の修得に従事する。大人になると、子供の数と子供への教育投資を決定する。 t 期に生まれた人 i の生涯効用は以下のように与える。

¹出生率の不可逆的な決定の重要性を議論した論文としては Doepke and Zilibotti (2005) がある。

²Weinberg (2001) は子供の将来の消費が子供の努力水準に依存するモデルを提案している。また親と子供の利害対立を組み込んだモデルとして Akabayashi (2006) や Bhatt and Ogaki (2008) がある。

$$u_t = (1 - \beta) \ln l_{t-1}^i + \beta \{ (1 - \alpha) \ln c_t^i + \alpha \ln [n_t^i h_{t+1}^{j(i)}] \}, \quad (1)$$

ここで $(\alpha, \beta) \in (0, 1) \times (0, 1)$ 、 l_{t-1}^i は若年期の余暇、 n_t^i は子供の数、 c_t^i は大人になった時の消費で以下のように与える。

$$c_t^i = w_t [h_t^i - (\delta + e_t^i) n_t^i], \quad (2)$$

ここで e_t^i は i が子供 $j(i)$ に与える教育投資で δ は子供一人当たりの養育費。 $h_{t+1}^{j(i)}$ は i の子供 $j(i)$ の人的資本で以下のように与える。

$$h_{t+1}^{j(i)} = h(s_t^i e_t^i, a_t^i, g_{t+1}), \quad (3)$$

$s_t^i \in (0, 1)$ は $j(i)$ が人的資本の修得に費やす努力で、 a_t^i は $j(i)$ の能力で兄弟は同じ能力と仮定する。 g_{t+1} は t 期と $t+1$ 期の間の技術進歩率。簡単化のため、労働者は熟練労働者と未熟練労働者の2タイプしかいないとし、一定以上の教育を受けることによって熟練労働者になれるとする。

$$h(s_t^i e_t^i, a_t^i, g_{t+1}) = \begin{cases} h(0, a_t^i, g_{t+1}) > 0 & \text{if } s_t^i e_t^i < \bar{e}; \\ h(\bar{e}, a_t^i, g_{t+1}) > 0 & \text{if } s_t^i e_t^i \geq \bar{e}. \end{cases} \quad (4)$$

熟練労働者の相対的な優位を以下のように定義する。³

$$\eta(a_t^i, g_{t+1}) \equiv \frac{h(\bar{e}, a_t^i, g_{t+1})}{h(0, a_t^i, g_{t+1})}. \quad (5)$$

2.2 最適化の手順

子供の能力 a_t^i に関して予期せぬショックがある仮定する。親は子供の能力 $a_t^i = 1$ だと予想し、子供の数 n_t^i と事前に教育計画 e_t^p を決定する。その後、子供の能力を観測した後、事前の教育計画 e_t^p を見直し、子供に対する教育投資 e_t^i を最終決定する。

2.2.1 出生率の決定

事前の教育投資計画を e_t^p とすると子供の数は以下のように決まる。

$$n_t^i = \arg \max (1 - \alpha) \ln [h_t^i - (\delta + e_t^p) n_t^i] + \alpha \ln n_t^i h(s_t^i, e_t^p, a_t^i, g_{t+1}), \quad (6)$$

$$= \frac{\alpha}{\delta + e_t^p} h_t^i. \quad (7)$$

³ η は以下の条件を満たすと仮定する。 $\eta_a(a_t^i, g_{t+1}) > 0$ 。 $\eta(0, g_{t+1}) \leq 1$ 。 $\lim_{a_t^i \rightarrow \infty} \eta(a_t^i, g_{t+1}) = \infty$ 。 $\eta_g(a_t^i, g_{t+1}) > 0$ 。 $\eta(1, 0) \leq 1$ 。 $\lim_{g_{t+1} \rightarrow \infty} \eta(1, g_{t+1}) = \infty$ 。

2.2.2 子供の余暇／教育選択

子供の余暇と人的資本の修得の努力には以下の関係があると仮定する。

$$l_t^{j(i)} = 1 - \gamma s_t^i, \quad (8)$$

ここで $\gamma \in (0, 1)$ 。(8) 式を (1) 式に代入することで子供の人的資本修得の努力が以下のように決定される。

$$s_t^i = \arg \max (1 - \beta) \ln(1 - \gamma s_t^i) + \beta \ln h(s_t^i e_t^i, a_t^i, g_{t+1}). \quad (9)$$

熟練労働者になるには最低 \bar{e} の教育を受ける必要があるので、 $s_t^i = \frac{\bar{e}}{e_t^i}$ もしくは $s_t^i = 0$ となる。よって子供が努力して熟練労働者となるのに最低限必要は教育投資 \tilde{e}_t^i は以下の関係を満たすことになる。

$$\beta \ln(a_t^i, g_{t+1}) \geq -(1 - \beta) \ln(1 - \gamma \bar{e} / \tilde{e}_t^i). \quad (10)$$

上記のように必要最低限の投資は子供の能力に依存し、子供の能力が高いほど少ない費用ですむ。

$$\begin{aligned} \tilde{e}_t^i &= \tilde{e}(a_t^i, g_{t+1}), \\ \frac{\partial \tilde{e}_t^i}{\partial a_t^i} &\leq 0. \end{aligned}$$

2.2.3 親の教育投資決定

親は (7) 式に基づき子供の数 n_t^i を決定した後、子供の能力が実現し、その能力を観測した後で、事前に計画した教育投資を再検討し、最終的な教育投資を決定する。その際、親は子供が努力するのに必要な最低限の投資 \tilde{e}_t^i を与えるかどうかを決定する。

2.2.4 完全予見の場合

出生率の不可逆性が教育投資に与える影響を分析する為に、基準として予期せぬショックがなく、子供を生む前に予め子供の能力が分かっている場合を考える。教育投資をする場合の効用 $V^*(\tilde{e}(a_t^i, g_{t+1}))$ としない場合の効用 $V^*(0)$ は以下のように与えられる。

$$V^*(\tilde{e}(a_t^i, g_{t+1})) = \max_{n_t^i} \left[\beta \{ (1 - \alpha) \ln[h_t^i - (\delta + \tilde{e}(a_t^i, g_{t+1})) n_t^i] + \alpha \ln n_t^i h(\bar{e}, a_t^i, g_{t+1}) \} \right], \quad (11)$$

$$V^*(0) = \max_{n_t^i} \left[\beta \{ (1 - \alpha) \ln[h_t^i - \delta n_t^i] + \alpha \ln n_t^i h(0, a_t^i, g_{t+1}) \} \right]. \quad (12)$$

よって以下の条件を満たす時、親は子供に教育投資を行う。

$$V^*(\tilde{e}(a_t^i, g_{t+1})) \geq V^*(0) \iff \eta(a_t^i, g_{t+1}) \geq \frac{\delta + \tilde{e}(a_t^i, g_{t+1})}{\delta}. \quad (13)$$

等号を満たす子供の能力を $a^*(g_{t+1})$ とすると、親の教育投資選択 e_t^{i*} は以下のように与えられる。

$$e_t^{i*} = \begin{cases} 0 & \text{if } a_t^i < a^*(g_{t+1}) \\ \tilde{e}(a_t^i, g_{t+1}) & \text{if } a_t^i \geq a^*(g_{t+1}). \end{cases} \quad (14)$$

子供の数は (7) (14) 式より以下のようになる。

$$n_t^{i*} = \begin{cases} \frac{\alpha h_t^i}{\delta} & \text{if } a_t^i < a^*(g_{t+1}) \\ \frac{\alpha h_t^i}{\delta + \tilde{e}(a_t^i, g_{t+1})} & \text{if } a_t^i \geq a^*(g_{t+1}). \end{cases} \quad (15)$$

2.2.5 事前の教育投資

子供の能力に予期せぬショックがある場合の子供の数、及び、教育投資の決定を考える。親は自分の子供は平均的な能力 $a_t^i = 1$ を持つと思込み、子供の数と教育投資の計画を立てる。その場合の解は完全予見において子供の能力が $a_t^i = 1$ の家計と同じになる。つまり

$$e_t^p = \begin{cases} 0 & \text{if } 1 < a^*(g_{t+1}) \\ \tilde{e}(1, g_{t+1}) & \text{if } 1 \geq a^*(g_{t+1}). \end{cases} \quad (16)$$

子供の数は (7) 式に (16) 式を代入することで求められる。

2.2.6 事後的な教育投資

事前の教育投資の計画 e_t^p を立て、それに基づき子供の数を決定した家計は、ショックが実現し、子供の能力を観測した後、事前の教育投資計画を変更するかどうかを選択する。事後的な教育投資 e_t^i は以下のように決定される。

$$V(\tilde{e}(a_t^i, g_{t+1})) = \beta \left\{ (1 - \alpha) \ln \left[h_t^i - \frac{\delta + \tilde{e}(a_t^i, g_{t+1})}{\delta + e_t^p} \alpha h_t^i \right] + \alpha \ln \left[\frac{\alpha h_t^i}{\delta + e_t^p} h(\bar{\epsilon}, a_t^i, g_{t+1}) \right] \right\}, \quad (17)$$

$$V(0) = \beta \left\{ (1 - \alpha) \ln \left[h_t^i - \frac{\delta \alpha h_t^i}{\delta + e_t^p} \right] + \alpha \ln \left[\frac{\alpha h_t^i}{\delta + e_t^p} h(0, a_t^i, g_{t+1}) \right] \right\}. \quad (18)$$

よって以下の関係が成立すれば、親は教育投資をすることになる。

$$V(\tilde{e}(a_t^i, g_{t+1})) \geq V(0) \iff \alpha \ln \eta(a_t^i, g_{t+1}) \geq (1 - \alpha) \ln \left[\frac{1 - \alpha \frac{\delta}{\delta + e_t^p}}{1 - \alpha \frac{\delta + \tilde{e}(a_t^i, g_{t+1})}{\delta + e_t^p}} \right]. \quad (19)$$

等号を満たす子供の能力を $\tilde{a}(g_{t+1})$ とすると、親の教育投資選択 e_t^i は以下のように与えられる。

$$e_t^i = \begin{cases} 0 & \text{if } a_t^i < \tilde{a}(g_{t+1}) \\ \tilde{e}(a_t^i, g_{t+1}) & \text{if } a_t^i \geq \tilde{a}(g_{t+1}). \end{cases} \quad (20)$$

3 事前の教育投資計画と事後的な教育投資の関係

ここでは事前の教育投資計画 $e_t^p = 0$ と $e_t^p = \tilde{e}(1, g_{t+1})$ の場合に分けて、事前の計画と事後的な投資の関係をみる。

3.1 教育投資をしないと事前に計画した場合

(7) 式から分かるように事前に教育投資をしないと計画した家計は多く子供を生むことになる。(19) 式に $e_t^p = 0$ を代入することで家計の教育選択の基準は以下で与えられる。

$$\alpha \ln \eta(a_t^i, g_{t+1}) \geq (1 - \alpha) \ln \left[\frac{1 - \alpha}{1 - \alpha \frac{\delta + \tilde{e}(a_t^i, g_{t+1})}{\delta}} \right]. \quad (21)$$

等号を満たす子供の能力の水準を $\tilde{a}^I(g_{t+1})$ とすると、以下の結論が得られる。

Lemma 4b $a^*(g_{t+1}) < \tilde{a}^I(g_{t+1})$

これは事前に教育投資をしないと計画して子供を多く生む場合、完全予見ならば教育投資を受けていたであろう子供 $a_t^i \in [a^*(g_{t+1}), \tilde{a}^I(g_{t+1})]$ も、養育費が家計を圧迫するために、教育投資を受けられないことを意味する。不可逆的な出生率の決定のため、家計は事前の教育投資をしないと計画を履行しようとする結果、予想 ($a_t^i = 1$) よりもはるかに能力の高い子供 $a_t^i \geq \tilde{a}^I(g_{t+1})$ でないと計画を変更しないことになる。つまり、事前に教育投資をしないと計画した場合、事後的な教育投資は抑えられ、過少投資になる可能性がある。

3.2 教育投資をすると事前に計画した場合

事前に教育投資 $e_t^p = \tilde{e}(1, g_{t+1})$ をすると計画する場合、教育資金を準備する為に、予め子供の数を減らす。家計の教育選択の基準は以下で与えられる。

$$\alpha \ln \eta(a_t^i, g_{t+1}) \geq (1 - \alpha) \ln \left[\frac{1 - \alpha \frac{\delta}{\delta + \tilde{e}(1, g_{t+1})}}{1 - \alpha \frac{\delta + \tilde{e}(a_t^i, g_{t+1})}{\delta + \tilde{e}(1, g_{t+1})}} \right]. \quad (22)$$

等号を満たす子供の能力水準を $\tilde{a}^{II}(g_{t+1})$ とすると、以下の結論が得られる。

Lemma 5b $a^*(g_{t+1}) > \tilde{a}^{II}(g_{t+1})$

これは事前に教育投資をすると計画して子供を数を予め減らしておく場合、完全予見ならば教育投資を受けられないであろう子供 $a_t^i \in [\tilde{a}^{II}(g_{t+1}), a^*(g_{t+1})]$ も、家計が予め子供の数を減らして教育資金を準備し、資金が潤沢にあるので、教育投資を受けることになる。不可逆的な投資決定の為、予想よりもはるかに能力の低い子供 $a_t^i < \tilde{a}^{II}(g_{t+1})$ が生まれられない限り、親は事前の計画通り教育投資を実行する。この場合、能力の低い子供は十分に努力しないので、親の教育費の一部が無駄になり、過剰投資をもたらす可能性がある。⁴

⁴Aiyagari et al. (2002) は市場の非完備性がある場合、予備的動機により教育投資が過剰になる可能性があることを証明している。

4 むすび

本研究は出生率の不可逆性が教育投資に与える影響を分析した。事前に教育投資を行わないと計画する場合、家計は多くの子供を生むので、予期せぬショックが発生した場合、資金が潤沢でないので教育投資をしないという事前に立てた計画を履行し、教育投資が抑えられる。逆に事前に教育投資をすると計画した場合、教育資金を準備する為、家計は予め子供の数を減らす。よって予期せぬショックが起こった場合、潤沢な資金がある為、教育投資をするという計画を履行し、教育投資が促進される。教育投資が技術革新に正の影響があるとすると、経済発展初期段階では、教育投資をしないことを前提で出生率が高い場合、高い出生率が教育投資を阻害し、その結果技術革新が抑えられ、貧困の罠に陥る可能性もある。

参考文献

- [1] Aiyagari, S.R, J. Greenwood, and A. Seshadri, 2002. Efficient investment in children. *Journal of Economic Theory* 102, 290-321.
- [2] Akabayashi, H., 2006. An equilibrium model of child maltreatment. *Journal of Economic Dynamics and Control* 30, 993-1025.
- [3] Bhatt, V., and M. Ogaki, 2008. Tough love and intergenerational altruism. University of Rochester, Rochester Center for Economic Research Working Paper.
- [4] Doepke, M., and F. Zilibotti, 2005. The macroeconomics of child labor regulation. *American Economic Review* 95, 1492-1524.
- [5] Galor, O., and J. Zeira, 1993. Income distribution and macroeconomics. *Review of Economic Studies* 60, 35-52.
- [6] Weinberg, B.A., 2001. An incentive model of the effect of parental income on children. *Journal of Political Economy* 109, 266-280.